

ANALIZA 1
7. domača naloga

- (1) Naj bo $a_n = \frac{1}{\sqrt{n^4+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^4+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^4+3n^2}}$ za $n \in \mathbb{N}$. Dokaži, da je zaporedje a_n konvergentno in izračunaj limito.

Zaporedje konvergira proti 3.

- (2) Poišči primere zaporedij z naslednjimi lastnostmi:
- (a) divergentno zaporedje z enim samim stekališčem,
 - (b) omejeno divergentno zaporedje,
 - (c) zaporedje z natanko dvema stekališčema,
 - (d) zaporedje, ki ima neskončno mnogo stekališč.
- (3) Določi vsa stekališča danega zaporedja in za vsako stekališče poišči podzaporedje, ki k temu stekališču konvergira.

(a) $a_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} + \arctg((-1)^n \sqrt{n})$, (b) $b_n = \left(\frac{n}{n-1}\right)^n \cos\left(n(n+1)\frac{\pi}{3}\right)$

(a) Stekališči sta $1 - \frac{\pi}{2}$ in $1 + \frac{\pi}{2}$. (b) Stekališči sta $-\frac{e}{2}$ in e .

- (4) Če obstajajo, izračunaj limite zaporedij:

(a) $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{5}{6}, \dots$ (b) $0.2, 0.21, 0.212, 0.2121, \dots$ (c) $\sin 1, \cos(\sin 1), \sin(\cos(\sin 1)), \dots$

(a) 1. (b) $0.\overline{21} = \frac{7}{33}$. (c) Ne konvergira.

- (5) Izračunaj limite zaporedij:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-3}{n+2}$ (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+4}$ (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-1}{n+5}$
(d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n\sqrt{n^2+4} - n^2)$ (e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$ (f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + (-1)^n}{n - (-1)^n}$

(a) 1. (b) 0. (c) ∞ . (d) 2. (e) 3. (f) 1.

- (6) Izračunaj limite zaporedij:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n$ (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{n+2}\right)^n$ (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2-2}\right)^{n^2}$

(a) e^3 . (b) ∞ . (c) e^3 .