

2. kolokvij iz Analize 1

19. 1. 2012

Čas pisanja je 100 minut. Možno je doseči 100 točk.
Veliko uspeha!

1. naloga

Izračunaj limiti!

$$a) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} \qquad b) \quad \lim_{x \downarrow 0} x^{\sin x}$$

2. naloga

Naj bo

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot |x|, & -1 \leq x, \\ \operatorname{arctg} \frac{x}{1-x^2} + a, & x < -1. \end{cases}$$

Določi a , da bo funkcija zvezna. Ali je tako dobljena funkcija odvedljiva? Ali ima inverz? Določi njeno zalogo vrednosti.

3. naloga

Naj bo

$$f(x) = \frac{\ln(1+x)}{\arcsin x}.$$

1. Določi definicijsko območje funkcije f .
2. Dokaži, da je $f(x) < 1$ za $x \in (0, 1]$.

4. naloga

Naj bo f zvezna na $[a, b]$, odvedljiva na (a, b) in naj bo $f'(x) \neq 0$ za vse $x \in (a, b)$. Pokaži, da za vsak polinom p stopnje vsaj 1, obstaja $\xi \in (a, b)$, da je

$$\frac{f'(\xi)}{f(a) - f(\xi)} + \frac{p'(\xi)}{p(b) - p(\xi)} = 1.$$

(Namig: Pomagaj si z izrazom $e^x(f(a) - f(x))(p(b) - p(x))$.)