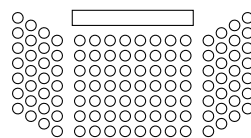


**ANALIZA 1: Pisni izpit, 21. 6. 2013**

Čas pisanja je 105 minut. Možno je doseči 80 točk.

Veliko uspeha!

---

Ime in priimek

Sedež

--	--	--	--	--

1    2    3    4     $\Sigma$ 

--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

**Naloga 1**

Naj bo

$$I = \int_0^\infty \frac{x+5}{(x+3)^a(x^2+2x+2)^b} dx.$$

a) Ugotovi, za kateri realni števili  $a, b$  obstaja integral  $I$ .b) Izračunaj integral  $I$  za  $a = b = 1$ .

## Naloga 2

Dana je krivulja  $K = \{(x, y) ; x^2 - y^2 = 5, x \geq 0\}$ .

- a) Določi tisto točko  $B$  na krivulji  $K$ , ki je najbližja točki  $A(0, 4)$ .
- b) Ali ima krivulja  $K$  kako tangento vzporedno daljici  $AB$ ?

## Naloga 3

Naj bo

$$a_n = \frac{(n^2 + 3)^{n^2+1/n}}{(n^2 + 2)^{n^2-1/n}} \cos \frac{2n\pi}{3}.$$

a) Določi vsa stekališča zaporedja  $a_n$ .

b) Ugotovi, za katere  $x \in \mathbb{R}$  konvergira vrsta  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x+5)^n$ .

## Naloga 4

Na množici neskončnih realnih zaporedij  $M = \mathbb{R}^\infty = \{x = (x_1, x_2, \dots) ; x_k \in \mathbb{R}\}$  vpeljemo metriki s predpisoma

$$d_0(x, y) = \begin{cases} 0 & ; \quad x = y \\ \frac{1}{n} & ; \quad x_1 = y_1, x_2 = y_2, \dots, x_{n-1} = y_{n-1}, x_n \neq y_n \end{cases}$$

in

$$d_1(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{|y_k - x_k|}{2^k(1 + |y_k - x_k|)}.$$

- a) Dokaži, da je predpis  $d_1$  dobro definiran in res predstavlja metriko na  $M$  (za  $d_0$  to lahko privzameš).
- b) Ali je  $id : (M, d_0) \rightarrow (M, d_1)$  zvezna preslikava?
- c) Ali je  $id : (M, d_1) \rightarrow (M, d_0)$  zvezna preslikava?