



Sedež (2.05)

1
2
3
4
Σ

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

2. naloga (25 točk)

Za krivuljo, ki je podana v parametrični obliki

$$x(t) = te^{2/t} \quad \text{in} \quad y(t) = (t - 2)e^{-1/t},$$

določi ekstremne točke in asimptote ter jo skiciraj.

3. naloga (15 točk)

Naj bo $a > 0$ in $f : [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$ zvezna funkcija, ki je dvakrat odvedljiva na intervalu $(0, a)$. Predpostavimo, da velja $f(0) = 0$, odvod f' pa je strogo naraščajoča funkcija na intervalu $(0, a)$. Dokaži, da je funkcija g , podana s predpisom

$$g(x) = \frac{f(x)}{x},$$

strogo naraščajoča na intervalu $(0, a]$.

4. naloga (10 točk + 10 točk)

Naj bo $h : [0, 1] \rightarrow (0, \infty)$ taka zvezno odvedljiva funkcija, da za vsak $t \in (0, 1)$ velja

$$\frac{h'(t)}{h(t)} > -\frac{1}{2}$$

in

$$f(x) = \int_0^{x^2} h(t) dt.$$

- a) Dokaži, da je f dvakrat zvezno odvedljiva konveksna funkcija na intervalu $(0, 1)$.
- b) Dokaži, da obstaja natanko eno tako število $c \in (0, 1)$, da velja

$$f'(c) = \int_0^1 h(t) dt.$$