

Izpit iz Analize 1

9. 9. 2014

Veliko uspeha!

1. naloga (20 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadrateg čitljivo označi, če je trditev pravilna P oziroma napačna N.

Če ne veš, pusti kvadrateg prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!



Če je f odvedljiva v a , je f tudi zvezna v a .



Če za vrsto $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s pozitivnimi členi velja, $\sqrt[n]{a_n} < 1$ za vse $n \in \mathbb{N}$, potem vrsta konvergira.



Vsako na obe strani omejeno zaporedje je konvergentno.



Monotona funkcija $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ je integrabilna.



Če ravnino \mathbb{R}^2 opremimo z evklidsko metriko, je podmnožica $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \geq 0\}$ zaprta.



Če je za vsak $n \in \mathbb{N}$ funkcija f enakomerno zvezna na $[0, n]$, je f enakomerno zvezna na $[0, \infty)$.



Če je zaporedje realnih števil konvergentno, je Caucyjevo.



Če funkcijsko zaporedje $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergira enakomerno na D , potem za vsak $\lambda \in \mathbb{R}$, tudi $(\lambda f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergira enakomerno na D .



Za poljubni realni števili x in y velja $||x| - |y|| \leq |x| + |y|$.



Število 0 je minimum množice $\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

2. naloga

Čim bolj natančno nariši množico $\{z \in \mathbb{C} \mid \sqrt{|z|^2 - 4} + \operatorname{Re} z \leq \operatorname{Im} z\}$.

3. naloga

Za katera realna števila x konvergira vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 + \ln n} (2x - 1)^n?$$

4. naloga

Naj bo

$$f(x) = \frac{x}{e^x - 1}.$$

Določi definicijsko območje, intervale naraščanja in padanja, intervale konveksnosti in konkavnosti, obravnavaj obnašanje funkcije na robu definicijskega območja ter nariši graf funkcije.

5. naloga

Naj bo $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ zvezna funkcija in $a_0 < a_1 < a_2 < \dots$ zaporedje vseh ničel funkcije f . Denimo, da funkcija f v vsaki ničli zamenja predznak, da je $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ in da zaporedje $c_k = \left| \int_{a_k}^{a_{k+1}} f(x) dx \right|$ monotono konvergira proti 0. Dokaži, da tedaj obstaja izlimitirani integral $\int_0^\infty f(x) dx$.