

ANALIZA 1
15. domača naloga

(1) Izračunaj odvod funkcije $y = f(x)$, kjer je f dana s spodnjim predpisom.

- | | | |
|---|---|---|
| (a) $x \log_3(x + \sqrt{x^2 + 1})$ | (b) $\frac{x^2 \sin^3 x}{1 + \operatorname{tg} x}$ | (c) $\ln \frac{(x^2 + 2)^9 \arccos x}{x^e e^x}$ |
| (d) $\sin \left(\frac{\cos(x^2)}{\sqrt[3]{x}} \right)$ | (e) $\frac{\arcsin(2x) + \ln(\arccos x)}{x^e + e^x}$ | (f) $(1 + x)^{1/x}$ |
| (g) $\operatorname{tg} x \operatorname{arctg}(1 - x^2)$ | (h) $\frac{e^{\sqrt{3}} - \sqrt{3}^x}{e - x}$ | (i) $e^x \ln^2(\cos^3(\ln x))$ |
| (j) $x^{a^a} + a^{x^a} + a^{a^x}$ | (k) $\operatorname{arctg} e^x - \ln \sqrt{\frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}}$ | (l) $\cos(2 \arcsin x)$ |

- | | |
|--|---|
| (a) $\log_3(x + \sqrt{x^2 + 1}) + \frac{x}{\sqrt{1 + x^2} \ln 3}$ | (b) $\frac{x \sin^2 x (2 \sin x + 3x \cos x)(1 + \operatorname{tg} x) - x^2 \operatorname{tg}^2 x \sin x}{(1 + \operatorname{tg} x)^2}$ |
| (c) $\frac{18x}{x^2 + 2} - \frac{1}{\sqrt{1 - x^2} \arccos x} - \frac{e}{x} - 1$ | (d) $-\cos \left(\frac{\cos(x^2)}{\sqrt[3]{x}} \right) \frac{6x^2 \sin(x^2) + \cos(x^2)}{3x^{4/3}}$ |
| (e) $\frac{(1 + x)^{1/x} \frac{x}{1+x} - \ln(1 + x)}{x^2}$ | (g) $\frac{\operatorname{arctg}(1 - x^2)}{\cos^2 x} - \frac{2x \operatorname{tg} x}{1 + (1 - x^2)^2}$ |
| (h) $\frac{e^{\sqrt{3}} - \sqrt{3}^x (1 + \frac{\ln 3}{2}(e - x))}{(e - x)^2}$ | (i) $e^x \ln^2(\cos^3(\ln x)) - 6e^x \ln(\cos^3(\ln x)) \frac{\operatorname{tg}(\ln x)}{x}$ |
| (j) $a^a x^{a^a-1} + a^{x^a+1} x^{a-1} \ln a + a^{a^x+x} \ln^2 a$ | (k) $\frac{e^x - 1}{e^{2x} + 1}$ |
| | (l) $-4x$ |

(2) S pomočjo odvajanja iz adicijskega izreka za funkcijo $\sin$ izpelji adicijski izrek za funkcijo $\cos$.

- (3) (a) Dana je funkcija $f(x) = e^x$. Izračunaj enačbo tangente na graf funkcije f v točki $x = 1$.
 (b) Dokaži, da za vsako realno število x velja

$$e^x \geq ex.$$

(a) $y = ex$

(4) Določi vse tangente na graf funkcije $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 4$, ki z abscisno osjo oklepajo kot $\frac{\pi}{4}$.

$y = x$ in $y = x - 4$

(5) Pod kakšnim kotom se sekata grafa funkcij $f(x) = x^3 + x$ in $g(x) = 2x^2 + 2$?

Tangens vmesnega kota je $1/21$; kot je približno $0,0476 \approx \pi/66$ radianov ali $2,73^\circ$.

(6) Pokaži, da je dolžina odseka tangente med dotikališčem in presečiščem tangente z x -osjo za krivuljo

$$x = \sqrt{a^2 - y^2} - a \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - y^2}}{y}$$

konstantna.