

ANALIZA 1
17. domača naloga

- (1) Poišči taki števili a in b , da bo imela funkcija

$$a \ln x - bx$$

stacionarno točko v $(2, 1)$. Ali je ta točka lokalni minimum, lokalni maksimum ali nič od tega?

$a = (\ln 2 - 1)^{-1}, b = (\ln 4 - 2)^{-1}$. Stacionarna točka je lokalni minimum.

- (2) Poišči globalne ekstreme funkcije $f(x) = x^{2/3}(5 - x)$ na intervalu $[-1, 4]$.

Globalni maksimum je $(-1, 6)$, globalni minimum pa $(0, 0)$.

- (3) Naj bo funkcija $f: (-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ določena s predpisom

$$f(x) = x^4 e^x.$$

Določi zalogo vrednosti funkcije f .

$Z_f = [0, 256/e^4]$

- (4) Sliko, ki je visoka 140 cm, obesimo na steno. Spodnji rob slike je 180 cm nad očmi gledalca. Kako daleč od stene se mora gledalec postaviti, da bo videl sliko pod največjim zornim kotom?

$2, 4 \text{ m}$

- (5) Naj bo funkcija f dana s predpisom $f(x) = x^{-2}$. Poišči točko na grafu funkcije f , za katero je odsek tangente med koordinatnima osema najkrajši!

Odsek tangente je najkrajši v $(\sqrt{2}, 1/2)$ in $(-\sqrt{2}, 1/2)$.

- (6) Dan je pravokotnik $ABCD$. Označimo $a = \overline{AB}$, $b = \overline{AD}$. Na stranici AB je dana točka E , na stranici AD pa točka F in naj bo $\overline{AE} = \frac{2}{3}a$ in $\overline{AF} = \frac{1}{2}b$. Kje na daljici FE naj izberemo točko G , da bo imel pravokotnik včrtan v petkotnik $DFEBC$ s krajiščem v G in stranicama, vzporednima stranicama originalnega pravokotnika, največjo ploščino?

Za G moramo izbrati točko $(a/6, 3b/8)$.

- (7) V elipso, ki je dana z enačbo $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, včrtamo pravokotnik s stranicami vzporednimi koordinatnima osema in največjo ploščino. Izračunaj njegovi stranici.

Stranici sta $a\sqrt{2}$ in $b\sqrt{2}$.

- (8) Iz pravokotnika s stranicama 5 cm in 8 cm ob vsakem oglišču izrežemo kvadratega, nato pa iz ostanka sestavimo škatlo (brez pokrova). Kolikšna je ploščina osnovne ploskve škatle, ko je prostornina škatle največja?

18

- (9) Iz kroga z radijem 1 izrežemo izsek in preostanek zvijemo v stožec. Kolikšen naj bo kot izseka, da bo imel dobljeni stožec največjo prostornino?

Izrezati moramo izsek s središčnim kotom $2\pi(1 - \sqrt{2/3})$.

- (10) Zgoraj odprta kovinska posoda v obliki kvadra s kvadratnim dnom mora držati V litrov tekočine. Kolikšno naj bo razmerje med robom osnovne ploskve in višino, da bomo porabili čim manj kovine?

Višina mora biti polovica dolžine roba osnovne ploskve.

- (11) Ob devetih zjutraj je ladja B 75 km vzhodno od ladje A. Ladja B začne pluti proti zahodu s hitrostjo 20 km/h, ladja A pa proti jugu s hitrostjo 15 km/h. Kdaj bosta ladji najbližje in kako daleč si bosta takrat? Kaj pa v primeru, če ladja A začne pot 150 km južneje kot v prvem delu naloge?

Ladji bosta najbližje po 2 urah in 24 minutah, ko bosta oddaljeni 45 km.
V drugem primeru je najmanjša razdalja med ladjama $75\sqrt{5}$ km.