

ANALIZA 1
20. domača naloga

- (1) Krivulja K je podana parametrično z

$$x(t) = 4 + 2 \ln t, \quad y(t) = t + \frac{1}{t}, \quad t > 0.$$

Določi točko T na krivulji K , ki je najbližja abscisni osi.

$T(4, 2)$

- (2) Nariši krivuljo, podano v parametrični obliki.

(a) $x(t) = t^3 + 3t + 1, \quad y(t) = t^3 - 3t + 1.$	(b) $x(t) = t^4 + 1, \quad y(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$
(c) $x(t) = te^t, \quad y(t) = te^{-t}$	(d) $x(t) = \operatorname{tg} t, \quad y(t) = \frac{1}{\sin t}$
(e) $x(t) = \frac{t^2}{t-1}, \quad y(t) = \frac{t}{t^2-1}$	(f) $x(t) = \sin(2t), \quad y(t) = \sin^2 t$

- (3) Nariši krivuljo, podano v polarnih koordinatah. Če je mogoče, določi tudi red krivulje.

(a) $r(\varphi) = 2 \cos \varphi$	(b) $r(\varphi) = \sin 3\varphi$	(c) $r(\varphi) = 4 + \cos 6\varphi$
(d) $r(\varphi) = \frac{1}{\sin \varphi}$	(e) $r(\varphi) = \frac{\sin \varphi}{\varphi}$	(f) $r(\varphi) = \frac{\sin \varphi}{1 - 2 \cos \varphi}$

- (4) Skiciraj krivuljo, ki je podana v implicitni obliki.

(a) $2x^3 - 3xy - y^3 = 0$ (Nasvet: parameter $t = y/x$.)	(b) $(x^2 + y^2)^3 = 4xy(x^2 - y^2)$ (Nasvet: polarne koordinate.)
--	--

- (5) Naj bo dana krožnica $K \subset \mathbb{R}^2$ s središčem v izhodišču in polmerom $a > 0$. Za vsako točko $M \in K$ naj bo P pravokotna projekcija M na abscisno os in Q pravokotna projekcija točke P na premico skozi točko M in izhodišče. Določi enačbo krivulje L , ki jo opiše točka Q (ko M potuje po krožnici), in jo skiciraj.

Krivulja L je v polarnem zapisu dana z enačbo $r = a \cos^2 \varphi$.

- (6) Krivulja P naj bo dana z enačbo $y^2 = x$. Za vsako točko $M \in P \setminus \{(0, 0)\}$ naj bo A_M tista točka na poltraku iz točke $(0, 0)$ skozi M , za katero je produkt oddaljenosti točke M od izhodišča in oddaljenosti A_M od izhodišča enak 1. Čim bolj natančno nariši krivuljo $K = \{A_M | M \in P \setminus \{(0, 0)\}\}$.

Krivulja K je v polarnem zapisu dana z enačbo $r = \frac{\sin^2 \varphi}{\cos \varphi}, \varphi \in (-\pi/2, \pi/2) - \{0\}$.

- (7) Izračunaj n -ti odvod funkcije $g(x) = x \ln(x + 1)$.

$g'(x) = \frac{x}{x+1} + \ln(x+1), \quad g^{(n)}(x) = (-1)^n (n-2)! \frac{x+n}{(x+1)^n} \text{ za } n \geq 2.$

- (8) (a) Pokaži, da je odvod sode funkcije liha funkcija, odvod lihe funkcije pa soda funkcija.
(b) Naj bo $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ soda poljubno mnogokrat odvedljiva funkcija. Izračunaj $f^{(2n-1)}(0)$ za vse $n \in \mathbb{N}$.