

Prvi kolokvij iz Linearne algebre

9. december 2014

Priimek in ime: Vpisna št.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1. Naj bo $ABCDEF$ pravilni šestkotnik s stranico dolžine 13. Naj bo X razpolovišče daljice EF in S presečišče daljic BX in AC .
 - i) [15] V kakšnem razmerju točka S deli stranico BX ? Izrazi tudi vektor \vec{AS} z vektorjema \vec{AB} in \vec{AF} .
 - ii) [10] Izrazi ploščino trikotnika ABS z vektorjema \vec{AB} in \vec{AF} ter jo izračunaj.
2.
 - i) [10] Določi parametrično in normalno obliko enačbe ravnine π , ki vsebuje premico $x = y - 1 = \frac{z}{2}$ in je pravokotna na ravnino $x + z = 0$.
 - ii) [15] Izračunaj zrcalno sliko premice $\frac{x}{2} = y - 2 = 1 - z$ pri zrcaljenju čez π .
3. [25] Obravnavaj rešljivost sistema enačb glede na parametra $a, b \in \mathbb{R}$:

$$2x - 3y + bz - v = 0$$

$$x - y + 2z + 2av = b$$

$$x - 2y + bz - v = 0$$

$$x - y - 2z + 2v = 0$$

Na vsakem koraku Gaussove eliminacije napiši elementarne transformacije, ki jih uporabiš.

4. Naj bo $A \in M_n(\mathbb{R})$ kvadratna matrika ranga 1. Dokaži:
 - i) [8] Obstajata vektorja $u, v \in \mathbb{R}^n$, tako da je $A = uv^T$.
 - ii) [8] Obstaja $c \in \mathbb{R}$, tako da je $A^2 = cA$.
 - iii) [9] Naj velja $A^2 \neq -A$ in naj bo I_n identična matrika. Potem je matrika $I_n + A$ obrnljiva in velja $(I_n + A)^{-1} = I_n - dA$ za nek $d \in \mathbb{R}$.