

Drugi kolokvij iz Linearne algebre
24. februar 2015

Priimek in ime: Vpisna št.:

--	--	--	--	--	--	--	--

1. [25] Reši enačbo:

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ x+1 & 3 & x+5 & 7 \\ 1 & x+3 & x+6 & 8 \\ 1 & x+3 & x+7 & 9 \end{bmatrix} = -6$$

2. [25] Naj bo A obrnljiva $n \times n$ matrika in $A^{(p)}$ njena prirejenka, tj.

$$A^{(p)} = [(-1)^{i+j} \det A_{ij}]_{ij}^T,$$

pri čemer je A_{ij} podmatrika matrike A , ki ji pobrišemo i -to vrstico in j -ti stolpec. Dokaži:

i) [13] $\det(A^{(p)}) = (\det A)^{n-1}$.

ii) [12] $(A^{(p)})^{(p)} = (\det A)^{n-2} A$.

3. [25] Naj bo

$$M = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\} : f(2015) \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}\}$$

podmnožica množice realnih funkcij.

i) [15] Dokaži, da je M komutativna grupa za operacijo množenja funkcij po točkah, tj. $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$ za vsak $x \in \mathbb{R}$.

ii) [5] Naj bo $\mathbb{Q}^+ = \mathbb{Q} \cap \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$. Ali je množica

$$N_1 = \{f \in M : f(0) \in \mathbb{Q}^+\}$$

podgrupa v M ?

iii) [5] Ali je množica $N_2 = \{f \in M : f(0) \in \{1, 2\}\}$ podgrupa v M ?

4. [25] Naj bosta $(K_1, \oplus_1, \odot_1)$ in $(K_2, \oplus_2, \odot_2)$ kolobarja.

i) [13] Preveri, da je $(K_1 \times K_2, \oplus, \odot)$ kolobar za operaciji po komponentah, tj.

$$(a_1, b_1) \oplus (a_2, b_2) := (a_1 \oplus_1 a_2, b_1 \oplus_2 b_2),$$

$$(a_1, b_1) \odot (a_2, b_2) := (a_1 \odot_1 a_2, b_1 \odot_2 b_2).$$

ii) [12] Naj bosta $(K_1, \oplus_1, \odot_1)$ in $(K_2, \oplus_2, \odot_2)$ obsega. Določi obrnljive elemente v kolobarju $(K_1 \times K_2, \oplus, \odot)$.