

ANALIZA 3 - 1. pisni izpit

31. 1. 2011

1. Dana je NDE

$$y' + \ln y' = y.$$

- (a) Ali ima ta NDE kako singularno rešitev ?
- (b) V parametrični obliki zapiši tisto rešitev te NDE, ki zadošča pogoju $y(3) = 1$.
2. Poišči vse krivulje z lastnostjo, da tangenta na vsako točko in zveznica te točke s koordinatnim izhodiščem oklepata kot $\frac{\pi}{4}$. Predpostaviti smeš, da je krivulja dobljena kot graf (gladke) funkcije $y = y(x)$.
3. Poišči splošno rešitev $x = x(t), y = y(t)$ linearne sistema NDE **drugega** reda

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= 11x + 6y, \\ \ddot{y} &= -20x - 11y.\end{aligned}$$

Pomoč: Najprej dani sistem linearnih NDE drugega reda prevedi na (večji) sistem linearnih NDE prvega reda.

4. Poišči vse ekstremale funkcionala

$$I[y] = \int_0^1 \frac{y'^2}{1 + y^2} dx$$

na prostoru funkcij, ki ustrezajo pogojem/vezem

$$y(0) = y(1) = 0,$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{1 + y^2} = \frac{1}{2}.$$