

ANALIZA 3 - 1. kolokvij

29. 11. 2010

Ime in priimek:

Vpisna št.:

1. [25] Poišči splošno rešitev naslednje DE

$$y' = xy + x^3y^2.$$

2. [25] Parametrično poišči splošno rešitev naslednje DE

$$x + y + y' + y'^2 + y'^3 = 0.$$

Ali ima ta DE kako singularno rešitev ?

3. [25] Naj bo $y : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ strogo padajoča gladka funkcija, za katero velja $y(0) = 1$ ter je za vsako tangento ločna dolžina grafa $y(x)$ med ordinatno osjo in dotikališčem tangente na graf $y(x)$ enaka x -koordinati presečišča te tangente z abscisno osjo. Zapiši enačbo, ki ji mora zadoščati $y(x)$, jo odvajaj in reši.

Pomoč: Ločna dolžina grafa gladke funkcije $y(x)$ nad intervalom $[a, b]$ je

$$\int_a^b \sqrt{1 + y'^2(x)} \, dx.$$

4. [25] Dana je Cauchyjeva naloga

$$y' = -\frac{y}{1 + y^2 + x^2}, \quad y(0) = 1.$$

- (a) Pokaži, da ima ta naloga rešitev definirano na celem \mathbb{R} .
- (b) Pokaži, da za to rešitev velja $y > 0$.