

## ANALIZA 3 - 3. pisni izpit

31. 8. 2012

1. Poišči splošno rešitev naslednje NDE

$$y'' + 2y' + y = \operatorname{ch} x.$$

2. Poišči splošno rešitev naslednje NDE

$$y' = \frac{2x + 3y - 4}{4x + y - 3}.$$

*Pomoč:* Uvedi novo odvisno  $z = y + a$  in novo neodvisno  $t = x + b$  spremenljivko, kjer števili  $a, b \in \mathbb{R}$  izbereš tako, da bo dobljena NDE za funkcijo  $z = z(t)$  enega od standardnih tipov, ki jih znamo rešiti.

3. Dan je naslednji sistem NDE za funkciji  $x = x(t), y = y(t)$ :

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = 2x - 4x^3.$$

- (a) Poišči prvi integral sistema in skiciraj fazni portret.  
(b) Poišči vse rešitve sistema, ki ustrezajo neperiodičnim orbitam faznega portreta.

4. Poišči vse ekstremale funkcionala

$$I[y] := \int_0^1 (1 + x^2)y'^2 dx$$

na prostoru funkcij iz  $C^1[0, 1]$ , ki zadoščajo pogoju

$$y^2(0) = y(1).$$