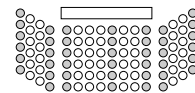


Analiza 3: 1. kolokvij

3. 12. 2015

Čas pisanja je 120 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

Ime in priimek



Sedež (2.01)

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Podana je diferencialna enačba drugega reda

$$p(x)y'' + q(x)y' + r(x)y = 0.$$

a) Pokaži, da se zgornja enačba z nastavkom $y(x) = e^{\int f(x)z(x)dx}$ prevede na Ricattijevo enačbo.

b) Izpelji pripadajočo Ricattijevo enačbo v primeru diferencialne enačbe

$$xy'' - (x^2e^x + 1)y' - x^2e^xy = 0.$$

c) Poišči kako neničelno rešitev enačbe iz (b).

Nasvet: Izberi f tako, da se Ricattijeva enačba ustrezno poenostavi.

2. naloga (25 točk)

Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y'^2 + y^2 = 2xyy'.$$

3. naloga (25 točk)

Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y''y - y' = xy'' - y'^2.$$

4. naloga (25 točk)

Podana je Cauchyjeva naloga

$$y' = \frac{1}{1 + x^{2t}y^{2016}}$$
$$y(0) = y_0.$$

Dokaži, da za vsak $y_0 > 0$ in vsak $t > \frac{1}{2}$ ima Cauchyjeva naloga natanko eno rešitev $y \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, za katero obstaja končna limita

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x).$$