

1. Izpit iz Izbranih poglavij iz matematike

13. junij 2018

1. (a) [15] Pokaži, da je $\mathbb{Q}[x]/(x^2 + x + 1)$ komutativen obseg, ki je izomorfen razpadnemu obsegu polinoma $p(x) = x^2 + x + 1$.
(b) [10] Pokaži, da je število $a = i + \sqrt{2}$ algebraično in nato izračunaj minimalni polinom števila a .
2. (a) [15] Izračunaj matriko za diskretno Fourierovo transformacijo na \mathbb{C}^6 .
(b) [10] Izračunaj diskretno Fourierovo transformacijo vektorja $x = (-1, 0, 1, 0, 1, 0)$.
3. Definirajmo kolobar $K = \mathbb{Z}_2[x]/(x^3 + 1)$.
(a) [15] Poišči vse delitelje nič in obrnljive elemente K ter nato ugotovi, kateri grupi je izomorfna grupa obrnljivih elementov K .
(b) [10] Ali je kolobar K glavnoidealski? Koliko različnih idealov je v K ?
4. Označimo z $M_2(\mathbb{Z}_2)$ kolobar vseh 2×2 matrik s koeficienti v \mathbb{Z}_2 .
(a) [10] Opiši vse homomorfizme kolobarjev $\phi : \mathbb{Z} \rightarrow M_2(\mathbb{Z}_2)$ in $\psi : \mathbb{Z}_2 \rightarrow M_2(\mathbb{Z}_2)$.
(b) [15] Pokaži, da obstaja natanko en homomorfizem kolobarjev iz $M_2(\mathbb{Z}_2)$ v \mathbb{Z}_2 .