

2. Izpit iz Izbranih poglavij iz matematike

28. junij 2018

1. Dan je polinom $p(x) = x^5 + x^3 + 1$ v kolobarju polinomov $\mathbb{Z}_2[x]$.
 - (a) [10] Pokaži, da je kvocientni kolobar $K = \mathbb{Z}_2[x]/(p)$ komutativen obseg.
 - (b) [15] Izračunaj produkt polinomov $a(x) = x^2 + x + 1$ in $b(x) = x^4 + x$ v K . Nato izračunaj inverz polinoma $q(x) = x^3 + x^2 + x$ v K .

2. [25] Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je definirana s predpisom

$$f(t) = e^{-|t|}.$$

Izračunaj Fourierovo transformacijo funkcije f .

3. Naj bo $\mathbb{Z}[i] = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ kolobar Gaussovih celih števil.
 - (a) [15] Izračunaj največji skupni delitelj Gaussovih celih števil $a = 36 + 48i$ in $b = 9 + 7i$.
 - (b) [10] Ali je Gaussovo celo število $1 + 2i$ nerazcepno v $\mathbb{Z}[i]$? Odgovor dobro utemelji!
4. Označimo z $M_2(\mathbb{Z}_3)$ kolobar vseh 2×2 matrik s koeficienti v obsegu \mathbb{Z}_3 .
 - (a) [15] Pokaži, da je vsak element kolobarja $M_2(\mathbb{Z}_3)$ bodisi obrnljiv bodisi delitelj nič.
 - (b) [10] Označimo z G grupo obrnljivih elementov kolobarja $M_2(\mathbb{Z}_3)$. Izračunaj moč grupe G in nato ugotovi, ali je komutativna.