

IME IN PRIIMEK: _____

VPISNA ŠT:

--	--	--	--	--	--	--	--

4. KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE IŠRM
3. JUNIJ 2016

1. Vektorski prostor $\mathbb{R}_2[x]$ je opremljen s skalarnim produktom:

$$\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(x)q(x).$$

Preslikava $f : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom $f(p) = \int_0^1 xp(x)dx$.

- (a) **[5]** Pokaži, da je f linearni funkcional.

- (b) **[20]** Poišči vektor q , ki pripada funkcionalu f po Rieszovem izreku.

2. Naj bo V končno razsežen realni vektorski prostor s skalarnim produktom in naj bosta $a, b \in V$ dana vektorja. Preslikava $\mathcal{A} : V \rightarrow V$ je podana s predpisom:

$$\mathcal{A}(x) = \langle x, a \rangle b.$$

- (a) **[5]** Pokaži, da je \mathcal{A} linearna preslikava.
- (b) **[10]** Kakšna morata biti vektorja a in b , da bo \mathcal{A} sebi adjungirana?
- (c) **[10]** Kakšna morata biti vektorja a in b , da bo \mathcal{A} normalna?

3. [25] Naj bosta $B, C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ takšni matriki, da je matrika

$$A = \begin{bmatrix} B & -C \\ C & B \end{bmatrix}$$

ortogonalna. Pokaži, da je tedaj matrika $U = B + iC$ unitarna.

4. Naj bo:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

- (a) **[20]** Določi lastne vrednosti in lastne vektorje matrike A .
- (b) **[5]** Ali je A pozitivno definitna matrika?