

Prvi kolokvij iz Linearne algebre 2

20. november 2007

1. Naj bo $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$ neničelni vektor, preslikava $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ pa podana s pravilom

$$A\vec{x} = \vec{x} - \vec{a} \times \vec{x}.$$

- (a) Pokaži, da je preslikava A linearna.
- (b) Poišči kakšni bazi njenega jedra in slike.

2. Preslikava $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ je pravokotna projekcija na premico

$$p: x = y = z.$$

Napiši matriko, ki pripada preslikavi A v standardni bazi prostora $\mathbb{R}^3$.

3. Na prostoru $P_2(\mathbb{R})$ so s predpisi podani linearni funkcionali f_0, f_1, f_2 :

$$f_1(p) = p(0) + p'(0), \quad f_2(p) = 6 \int_0^1 p(t) dt, \quad f_3(p) = p''(1).$$

- (a) Poišči matrike, ki funkcionalom pripadajo v standardnih bazah.
- (b) Pokaži, da je $\{f_0, f_1, f_2\}$ baza prostora $P_2(\mathbb{R})^*$.
- (c) V $P_2(\mathbb{R})$ poišči dualno bazo k bazi $\{f_0, f_1, f_2\}$.

4. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ali se da matrika A diagonalizirati?