

Drugi kolokvij iz Linearne algebre 2

20. januar 2010

Priimek in ime: Vpisna št.:

--	--	--	--	--	--	--	--

1. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Poišči Jordanovo formo in ustrezno bazo za matriko A .
- (b) Določi matriko $\sqrt[3]{A}$?

2. V prostoru $P_2(\mathbb{R})$ realnih polinomov stopnje največ dva je dan skalarni produkt

$$(p, q) = p(-1)q(-1) + p(0)q(0) + p(1)q(1)$$

in linearni funkcional

$$f: P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(p) = p(0) + 6 \int_{-1}^1 p(t) dt .$$

Poišči polinom $q \in P_2(\mathbb{R})$, ki funkcionalu f po Rieszovem izreku ustreza glede na ta skalarni produkt.

3. Katera izmed rešitev sistema enačb

$$\begin{aligned}x - y + z - u &= 0 \\2x + 3y - z + 2u &= 0 \\x + 4y - 2z + 3u &= 0\end{aligned}$$

je glede na običajni skalarni produkt najbližja točki $(1, 0, 1, 0)$? Kolikšna je oddaljenost najbližje rešitve do $(1, 0, 1, 0)$ (glede na običajno normo)?

4. S pomočjo prevedbe ustrezne kvadratne forme čim bolj natančno nariši krivuljo

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 8x^2 - 4xy + 5y^2 + \sqrt{5}y = 1\}.$$