

ANALIZA 1
8. domača naloga

(1) Po definiciji dokaži, da je

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3ni}{n(1 + i)} = \frac{3 + 3i}{2}.$$

(2) Naj za realno zaporedje a_n velja

$$|a_m - a_{m+1}| + |a_{m+1} - a_{m+2}| + \cdots + |a_{n-1} - a_n| \leq 1 \text{ za vsaka } n > m \in \mathbb{N}.$$

(a) Pokaži, da je zaporedje b_n s splošnim členom

$$b_n = |a_1 - a_2| + |a_2 - a_3| + \cdots + |a_n - a_{n+1}|$$

konvergentno.

(b) Dokaži, da je zaporedje a_n konvergentno. (Nasvet: S pomočjo prve točke pokaži, da je zaporedje a_n Cauchyjevo.)

(3)* Zaporedje števil (a_n) z zalogo vrednosti na intervalu $(0, 1)$ je gosto na intervalu $(0, 1)$. Izračunaj $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n^{a_n}$ in $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n^{a_n}$.

(4)* Naj bo a_n zaporedje realnih števil, za katerega velja

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_n) = 0.$$

Pokaži, da je vsako število $a \in (\liminf a_n, \limsup a_n)$ stekališče danega zaporedja.