

ANALIZA 1
12. domača naloga

- (1) Naj bo $f(x) = \frac{e^{\cos x} - 1}{2 - e^{\cos x}}$. Pokaži, da je funkcija f na intervalu $[0, \frac{\pi}{2}]$ injektivna in določi inverzno funkcijo te zožitve.

Inverzna funkcija je $\arccos \ln \frac{2x+1}{x+1}$.

- (2) Izračunaj inverzno funkcijo funkcije $\tanh x$.
(3) Naj bo funkcija f dana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; \quad x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \\ x & ; \quad x \in \mathbb{Q} \end{cases}.$$

Ugotovi, ali je f injektivna in ali je f surjektivna!

Ni niti surjektivna niti injektivna.

- (4) Naj bo funkcija f dana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} x & ; \quad x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \\ x^3 & ; \quad x \in \mathbb{Q} \end{cases}.$$

Ugotovi, ali je f injektivna in ali je f surjektivna!

Funkcija f je injektivna in ni surjektivna.

- (5) Dani sta neprazni množici A in B ter preslikava $f: A \rightarrow B$. Označimo s $\mathcal{P}(A) = \{X; X \subset A\}$ potenčno množico množice A in s $\mathcal{P}(B) = \{Y; Y \subset B\}$ potenčno množico množice B . Definirajmo preslikavo $F: \mathcal{P}(A) \rightarrow \mathcal{P}(B)$ s predpisom $F(X) = \{f(x); x \in X\}$. Dokaži naslednji trditvi.
(a) Če je f surjektivna, je F surjektivna.
(b) Če je f injektivna, je F injektivna.