

LINEARNA ALGEBRA 2017/18

8. DOMAČA NALOGA

ROK ZA ODDAJO: petek, 29. 5. 2018

1. Preslikava $f : \mathbb{R}_3[x] \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom $f(p) = p(1)$.

- (a) Pokaži, da je f linearni funkcional.
- (b) Zapiši matriko za f .
- (c) Določi bazo prostora $\ker(f)$.
- (d) Določi polinom q z lastnostjo

$$f(p) = \langle p, q \rangle, \text{ za vsak } p \in \mathbb{R}_3[x],$$

kjer je skalarni produkt podan s predpisom

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt.$$

2. V prostoru $\mathbb{R}_2[x]$ polinomov stopnje največ 2 je dan skalarni produkt

$$\langle p, q \rangle = p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(-1)q(-1).$$

Naj bo $\mathcal{A} : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ linearna preslikava podana s predpisom

$$(\mathcal{A}p)(x) = p'(x).$$

Določi $\mathcal{A}^*(x^2 - x - 1)$.

3. Sebi adjungirana linearna preslikava $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ima dvojno lastno vrednost 2 in velja

$$\mathcal{A} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Poišči matriko, ki ji pripada v standardni bazi prostora $\mathbb{R}^3$.

4. Dana je matrika

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -\sqrt{3} \\ 0 & 2 & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Pokaži, da predstavlja rotacijo prostora $\mathbb{R}^3$. Izračunaj os in kot rotacije.

5. Linearna preslikava $A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ je definirana s predpisom

$$A(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1 - x_2, x_2 - x_3, \dots, x_n - x_1).$$

Poišči predpis za adjungirano preslikavo A^* , pri čemer je $\mathbb{R}^n$ opremljen z običajnim skalarnim produktom.