

Matematika 2

Dvojni integrali

(1) Izračunaj integrale:

(a) $\int_0^2 dy \int_0^1 (x^2 + 2y) dx,$

(b) $\int_0^1 dx \int_x^1 (x + y) dy,$

(c) $\int_1^2 dx \int_{1/x}^x \frac{x^2}{y^2} dy.$

(2) Izračunaj integrale:

(a) funkcije $f(x, y) = x^2 + xy^3$ po pravokotniku $0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2,$

(b) funkcije $f(x, y) = xy$ po trikotniku, ki ga omejujejo premice $y = 0, y = x$ in $x = 1,$

(c) funkcije $f(x, y) = x^2y$ po liku med krivuljama $y = x$ in $y = x^2.$

(3) Izračunaj volumen telesa, ki leži pod grafom funkcije $f(x, y) = 1 - x - y$ nad trikotnikom, ki ga omejujejo premice $x = 0, y = 0$ in $y = 1 - x.$

(4) Izračunaj središče lika, ki je omejen s krivuljami $y = x^2, y = 0$ in $x = 2.$

(5) S prevedbo na polarne koordinate izračunaj integrala:

(a) $\iint_D \frac{dx dy}{1 - x^2 - y^2},$ kjer je D krog $x^2 + y^2 \leq 1/4,$

(b) $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy,$ kjer je D kolobar $4 \leq x^2 + y^2 \leq 9.$

(6) Izračunaj volumen telesa, ki ga omejujeta ploskvi $z = 3 - x^2 - y^2$ in $z = 2x^2 + 2y^2.$

(7) Izračunaj središče kolobarja $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0.$