

LINEARNE PRESLIKAVE

1. NALOGA

Prepričaj se, da sta preslikavi linearni, in opiši njun geometrijski učinek.

- (1) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) = (x, 0)$.
- (2) $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) = (x, x + y)$.

2. NALOGA

Prepričaj se, da sta preslikavi linearni, in opiši njun geometrijski učinek.

- (1) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) = (x, x)$.
- (2) $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) = (-y, x)$.

3. NALOGA

Zapiši preslikavo $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, ki je zrcaljenje preko premice $y = 2x$. Ali je preslikava f linearna?

4. NALOGA

Zapiši preslikavo $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, ki je pravokotna projekcija na ravnino $x + y + z = 1$. Ali je preslikava f linearna?

5. NALOGA

Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Izračunaj A^3, ABA, BAB, B^2 , če obstajajo.

6. NALOGA

Naj bo $a \in \mathbb{R}$ in

$$A = \begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}.$$

Za vsak $n \in \mathbb{N}$ izračunaj A^n . Kaj dobimo v primeru, ko je $a = 0$.

7. NALOGA

Naj bo linearna preslikava $\mathcal{A}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ podana z matriko

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

glede na standardni bazi prostorov $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^2$. Določi jedro preslikave $\mathcal{A}$. Ali je $\mathcal{A}$ surjektivna?

8. NALOGA

Naj bo linearna preslikava $\mathcal{A}: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ podana z matriko

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

glede na standardno bazo prostora $\mathbb{R}^4$. Določi vse vektorje, ki se s preslikavo $\mathcal{A}$ preslikajo v vektor $(4, 3, 5, 4)$.

9. NALOGA

Poišči matrike, ki v standardnih bazah pripadajo naslednjim linearnim preslikavam:

- (1) $\mathcal{A}: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2, \mathcal{A}(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1, x_2),$
- (2) $\mathcal{B}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \mathcal{B}(x_1, x_2) = (2x_1, -x_2),$
- (3) $\mathcal{C}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \mathcal{C}(x_1, x_2) = (3x_2, 2x_1),$
- (4) $\mathcal{D}: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4, \mathcal{D}(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2, x_3 + x_4, 0, 0).$

10. NALOGA

Naj bo $\mathcal{A}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ linearna preslikava za katero velja $\mathcal{A}(1, 1) = (0, 1, 2)$ in $\mathcal{A}(-1, 1) = (2, 1, 0)$. Določi matriko, ki v standardnih bazah pripada preslikavi $\mathcal{A}$.

11. NALOGA

Naj bosta $\mathcal{A}, \mathcal{B}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ linearni preslikavi, podani s predpisoma $\mathcal{A}(x, y) = (y, x)$ in $\mathcal{B}(x, y) = (x, -y)$. Izračunaj $\mathcal{A} + \mathcal{B}, \mathcal{A}\mathcal{B}, \mathcal{B}\mathcal{A}$ in napiši matrike, ki jim pripadajo v standardni bazi.