

NUMERIČNO REŠEVANJE DIFERENCIALNIH ENAČB

Rešujemo enačbo $y' = f(x, y)$ z začetnim pogojem $y(x_0) = y_0$.

Eulerjeva metoda:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n).$$

Modificirana Eulerjeva metoda:

$$k_1 = hf(x_n, y_n),$$

$$k_2 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1),$$

$$y_{n+1} = y_n + k_2.$$

Runge Kutta metoda:

$$k_1 = hf(x_n, y_n),$$

$$k_2 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1),$$

$$k_3 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_2),$$

$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_3),$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4).$$

Tabeliraj rešitev enačbe s pomočjo Eulerjeve metode, modificirane Eulerjeve metode, Runge Kutta metode. Poišči eksaktno rešitev, izračunaj napake in skiciraj grafe dobljenih rešitev.

- (1) $y' = -2y$, $y(1) = 1$, $h = 0.1$ na $[1, 3]$.
- (2) $y' = 3y$, $y(1) = 1$, $h = 0.1$ na $[1, 3]$.
- (3) $y' = 1 + y^2$, $y(1) = 1$, $h = 0.1$ na $[1, 3]$.
- (4) $y' + 5x^4y^2 = 0$, $y(1) = 0$, $h = 0.1$ na $[1, 3]$.
- (5) $y' = 2x^2y^3$, $y(1) = 1$, $h = 0.1$ na $[1, 3]$.
- (6) $y' = y - y^2$, $y(2) = 1$, $h = 0.1$ na $[2, 4]$.
- (7) $y' = xy + x$, $y(0) = 0$, $h = 0.1$ na $[0, 2]$.
- (8) $y' = xy$, $y(1) = 2$, $h = 0.1$ na $[1, 3]$.
- (9) $y' = y + \frac{y}{x}$, $y(1) = e$, $h = 0.1$ na $[1, 3]$.
- (10) $y' = \frac{\sin x}{y}$, $y(1) = 2$, $h = 0.1$ na $[1, 3]$.
- (11) $y' = y \sin x$, $y(1) = 2$, $h = 0.1$ na $[1, 3]$.