

LINEARNA ALGEBRA 2018/19

6. DOMAČA NALOGA

1. Izračunaj Jordanovo formo, prehodne matrike in minimalni polinom za

$$\begin{bmatrix} 7 & 1 & -3 & -2 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & 1 & -3 & -3 \\ 6 & 1 & -3 & -1 \end{bmatrix}.$$

2. Izračunaj Jordanovo formo matrike

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & -3 & 5 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

in za $f(x) = \sqrt{1+x}$ izračunaj $f(A)$.

3. Pokaži, da je $\langle f, g \rangle = f(0)g(0) + f(1)g(1) + f(2)g(2)$ skalarni produkt na $\mathbb{R}_2[x]$. Pokaži, da ni skalarni produkt na $\mathbb{R}_3[x]$. Določi kakšno ortonormirano bazo $\mathbb{R}_2[x]$ glede na dan skalarni produkt. (Uporabi Gram-Schmitdov postopek na standardni bazi).

Določi polinom, ki pripada linearnemu funkcionalu $Lf = f'(0)$ glede na dan skalarni produkt.

4. Določi ortogonalno bazo prostora $U = \text{lin}\{(0, 2, -2, 0), (1, 0, 1, 1)\}$ in ortogonalno bazo njegovega ortogonalnega komplementa $U^\perp$ v $\mathbb{R}^4$ glede na standardni skalarni produkt. Poišči vektora v U in $U^\perp$, ki sta najbližje vektorju $(0, 2, 1, 1)$.
5. Naj bo V vektorski prostor s skalarnim produktom nad $\mathbb{C}$ in $a, b \in V$. Podan je linearni endomorfizem $A(x) = \langle x, a \rangle b$. Izračunaj njegov rang. Določi njeno adjungirano preslikavo in določi vse pare a, b , za katere je preslikava sebi-adjungirana in pare za katere je preslikava normalna.
6. Naj bo V vektorski prostor s skalarnim produktom in A, B linearna endomorfizma. Pokaži, da je $Ax = 0$ natanko tedaj, ko je $A^*Ax = 0$. Pokaži, da je $\ker(A^*A + B^*B) = \ker(A) \cap \ker(B)$.