

(2) Izračunaj parcialne odvode $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \dots$ funkcije f :

(a) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 6xy$

(b) $f(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

(c) $f(x, y) = \ln x + \sqrt{x^2 + y^2}$

(d) $f(x, y, z) = (xy)^z$

(e) $f(x, y, z) = z^{xy}$.

(3) Pokaži, da je funkcija

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

parcialno odvedljiva po obeh spremenljivkah v točki $(0, 0)$, ni pa zvezna v $(0, 0)$.

(4) Pokaži, da je funkcija

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

zvezna in parcialno odvedljiva po obeh spremenljivkah v $(0, 0)$, ni pa diferenciable v $(0, 0)$.

(5) Izračunaj odvode funkcij, podanih s kompozicijo:

(a) $\frac{dz}{dt} = ?$, če je $z = \frac{x}{y}$ in $x(t) = e^t$, $y(t) = \ln t$,

(b) $\frac{du}{dt} = ?$, če je $u = xyz$ in $x(t) = t^2 + 1$, $y(t) = \ln t$ in $z(t) = \tan t$,

(c) $\frac{\partial f}{\partial u} = ?$, $\frac{\partial f}{\partial v} = ?$, če je $f(x, y) = \arctan \frac{x}{y}$ in $x = u \sin v$, $y = u \cos v$,

(d) $\frac{\partial f}{\partial x} = ?$, $\frac{\partial f}{\partial y} = ?$, če je $z = u^2$ in $u = xy + \frac{y}{x}$.

(6) Po Taylorjevi formuli razvij funkcijo

$$f(x, y) = -x^2 + 2xy + 3y^2 - 6x - 2y - 4$$

v okolici točke $(-2, 1)$.