

- Podjetje je v minulem letu porabilo dvakrat več denarja za plače kot za surovine. Plače so se v letu dni znižale za 1%. Za koliko odstotkov so se povečali stroški za surovine, če so se skupni izdatki za plače in surovine v zadnjem letu povečali za 4%?

[R: Za 14%]

- Število 100_{10} zapisano v 'desetiškem' sestavu zapišite v 'troiškem' sestavu.

[R: $10201_{(3)}$]

- Število 123_5 zapisano v 'petiškem' sestavu zapišite v 'desetiškem' sestavu.

[R: $38_{(10)}$]

- Na Luni v kraju X sončni žarek glede na navpičnico oklepa kot 10° . V istem času in v 91 km oddaljenem kraju Y sončni žarek glede na navpičnico oklepa kot 13° . Kako bi iz teh podatkov določili premer Lune?

[R: $ob \cdot \frac{91}{360} \cdot 360^\circ = 10920 \approx p \approx 3478 \text{ km}$]

- Decimalno število $1.\overline{123}$ zapišite v obliki ulomka.

[R: $\frac{374}{333}$]

- Decimalno število $0.12\overline{123}$ zapišite v obliki ulomka.

[R: $\frac{4032}{2304}$]

- Določite realne rešitve enačbe $|1 - |x|| = 1$.

[R: $x \in \{-2, 0, 2\}$]

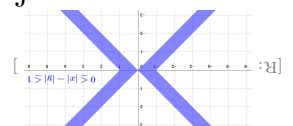
- Določite realne rešitve enačbe $2||x| - 1| + 1 = 3$.

[R: $x \in \{-\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{5}{3}\}$]

- Določite realne rešitve neenačbe $|2|x| - 2| \geq 1$.

[R: $x \in (-\infty, -\frac{5}{6}] \cup [\frac{5}{6}, \frac{7}{6}] \cup [\frac{7}{6}, \infty)$]

- Določite množico točk $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq |x| - |y| \leq 1\}$. Skicirajte.



11. Določite realne rešitve enačbe $|x - 1| = 1$. Določite kompleksne rešitve enačbe $|z - 1| = 1$.

$$[1] = z^2 + z^2(1-x) \text{ vsi } x \text{ pa so rešitve vsi } z \text{ za } z = z + iz \text{ v } \mathbb{C}^2: \{0, 2\}$$

12. Števili α in β sta rešitvi kvadratne enačbe $3x^2 + 2x + 1 = 0$. Koliko je $\alpha^2 + \beta^2$?

$$[\frac{6}{2} = -\alpha^2 + \beta^2 \text{ pravil: } \alpha^2 + \beta^2]$$

13. Števili α in β sta rešitvi kvadratne enačbe $3x^2 + 3x + 1 = 0$. Koliko je $\alpha^2 + \beta^2$?

$$[\frac{5}{1} = \alpha^2 + \beta^2 \text{ pravil: } \alpha^2 + \beta^2]$$

14. Med rešitvami kompleksne enačbe $z^3 - i = 0$ poiščite tisto, ki je najbližje kompleksnemu številu -1 .

$$[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{\sqrt{2}} - i]$$

15. Dan je sistem dveh enačb s kompleksno spremenljivko z :

$$|z - i| = 2 \quad \text{in} \quad |z - (a + i)| = 1$$

- (a) Določite vsa realna števila a za katera ima sistem samo eno rešitev.

$$[\{0, 1, -1, -3\} \ni a]$$

- (b) Določite vsa realna števila a za katera ima sistem natanko dve rešitvi.

$$[(0, 1) \cap (1, -3) \ni a]$$

- (c) Določite vsa realna števila a za katera ima sistem več kot dve rešitvi.

$$[\{\} \ni a]$$

- (d) Določite vsa realna števila a za katera sistem nima rešitev.

$$[(\infty, 0) \cap (1, 1) \cap (0, -\infty) \ni a]$$

- (e) Določite vsa kompleksna števila ω za katera ima sistem dveh enačb

$$|z - i| = 2 \quad \text{in} \quad |z - \omega| = 1$$

natanko eno rešitev.

$$[0 = |z - \omega| \wedge 1 = |z - \omega|]$$

16. Poiščite vsa kompleksna števila z za katera velja $z^6 = (z - \sqrt{3})^6 = -1$.

$$[\frac{\pi}{2} \mp \frac{\pi}{\sqrt{2}}]$$

17. Določite vsa kompleksna števila z , ki ustrezajo enačbama $z^8 = 1$ in $\sqrt{2}z^3 + 1 = i$.

$$[\frac{\pi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{\sqrt{2}}]$$

18. Povsem natančno določite točko (koordinate izrazite z naravnimi števili in osnovnimi računskimi operacijami: $+$, $-$, $\times$, $/$, $\sqrt{}$), ki jo dobimo, če točko $(2, 0)$ zavrtimo za 150° v pozitivni smeri okrog točke $(1, 1)$.

$$[(\frac{\pi}{\sqrt{2}+1}, \frac{\pi}{\sqrt{2}-1})]$$

19. Katero točko dobimo, če točko $(5 - \sqrt{3}, 7)$, zavrtimo okrog točke $(5, 6)$ za kot 120° v pozitivni smeri?

[14, 5, 4] : R

20. Poiščite vsa realna števila p , pri katerih ima sistem enačb s kompleksno spremenljivko z

$$z - \bar{z} - (z + \bar{z})i = 2pi$$

$$z \cdot \bar{z} = 2$$

natanko eno rešitev. Pri takih p -jih določite rešitev sistema.

[2 - 1 = z ← z - = d '2 - = z ← z = d :2; z = d :R]

Funkcije

21. Ponovite: Zakaj ima polinom (z realnimi koeficienti) lihe stopnje vsaj eno realno ničlo?

[R: Kompleksne ničle nastopajo v konjugiranih parih.]

22. Zakaj ima polinom sedme stopnje $p(x) = (x^2 - 1)(x^5 - 13x^2 + 7)$ vsaj tri realne ničle?

23. Zakaj ima polinom desete stopnje $p(x) = (x^7 - 2x^3 + 1)(x^3 - x^2 + 5x - \frac{1}{7})$ vsaj dve realni ničli?

24. Določite vse trojice števil (a, b, c) tako, da bo funkcija $f(x)$ soda:

(a) $f(x) = a \cdot (x - b)^2 + c$

[R: $b = 0, a, c \in \mathbb{R}$]

(b) $f(x) = a \cdot (x - b)^3 + c$

[R: $a = 0, b, c \in \mathbb{R}$]

(c) $f(x) = a \cdot \cos(2x - b) + c$

[R: $b = k\pi, k \in \mathbb{Z}, a, c \in \mathbb{R}$]

(d) $f(x) = a \cdot \sin(2x - b) + c$

[R: $b = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}, a, c \in \mathbb{R}$]

25. V zgornji nalogi določite vse trojice števil (a, b, c) tako, da bo funkcija $f(x)$ liha.

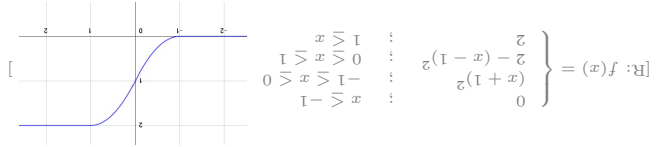
[R: $a = c = 0, b \in \mathbb{R}$]

[R: $b = c = 0, a \in \mathbb{R}$]

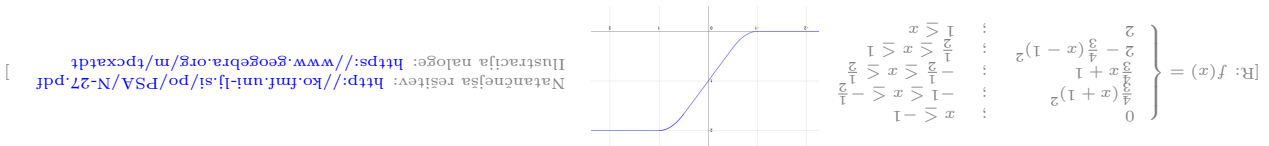
[R: $b = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}, c = 0, a \in \mathbb{R}$]

[R: $b = k\pi, k \in \mathbb{Z}, c = 0, a \in \mathbb{R}$]

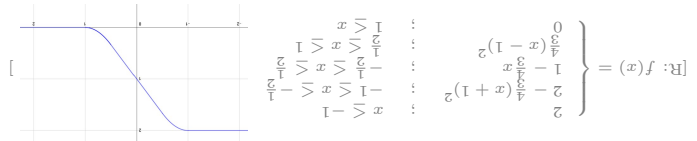
26. V ravnini točke $A(-1, 0), B(0, -1), C(1, 0), D(0, 1)$ določajo kvadrat K . Za poljubno število $t \in \mathbb{R}$ je določena množica $P_t = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \leq t\}$. Funkcija $f : \mathcal{D}_f \rightarrow \mathbb{R}$ je definirana tako, da je za $x \in \mathbb{R}$ vrednost $f(x)$ enaka ploščini preseka kvadrata K in polravnine P_x . Določite in opišite funkcijo $f(x)$.



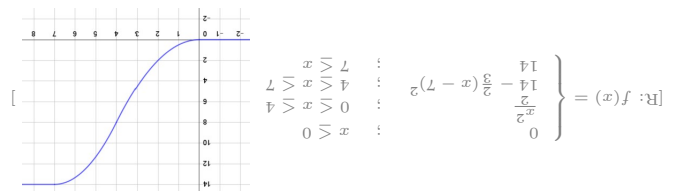
27. V ravnini točke $A(-1, 0), B(0, -1), C(1, 0), D(0, 1)$ določajo kvadrat K . Za poljubno število $t \in \mathbb{R}$ je določena množica $P_t = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 2x \leq y + 2t\}$. Funkcija $f : \mathcal{D}_f \rightarrow \mathbb{R}$ je definirana tako, da je za $x \in \mathbb{R}$ vrednost $f(x)$ enaka ploščini preseka kvadrata K in polravnine P_x . Določite in opišite funkcijo $f(x)$.



28. V ravnini točke $A(-1, 0), B(0, -1), C(1, 0), D(0, 1)$ določajo kvadrat K . Za poljubno število $t \in \mathbb{R}$ je določena množica $P_t = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 2x \geq y + 2t\}$. Funkcija $f : \mathcal{D}_f \rightarrow \mathbb{R}$ je definirana tako, da je za $x \in \mathbb{R}$ vrednost $f(x)$ enaka ploščini preseka kvadrata K in polravnine P_x . Določite in opišite funkcijo $f(x)$.



29. V koordinatnem sistem leži trikotnik $\triangle ABC$ s stranicami $a = 5$, $b = 4\sqrt{2}$ in $c = 7$ in sicer tako, da je oglišče A v izhodišču, oglišče B v točki $(7, 0)$, oglišče C pa je v prvem kvadrantu. $P(x)$ naj bo ploščina preseka trikotnika $\triangle ABC$ in polravnine $\{(t, y) \mid t < x\}$. Določite funkcijo $P(x)$ za vse $x \in \mathbb{R}$. Določite minimum in maksimum funkcije. Določite kje funkcija pada in kje narašča. Skicirajte graf funkcije $P(x)$.



30. Določite vrednost a tako, da bo polinom $x^3 + 3x^2 + ax + 4$ deljiv z $x - 2$.

$$[21 - = v : \mathbb{R}]$$

31. Določite vrednost a tako, da bo polinom $x^3 + 3x^2 + ax - 4$ deljiv z $x - 2$.

$$[8 - = v : \mathbb{R}]$$

32. Izračunajte

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{199 \cdot 201} = \sum_{n=1}^{100} \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}$$

$$[\mathbf{R}; \frac{100}{201}]$$

33. Dana je kvadratna funkcija $f(x) = -x^2 + 2x + 3$. Preslikave ravnine

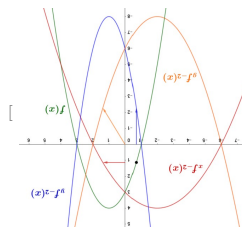
$${}_xR_k : (x, y) \longrightarrow (kx, y),$$

$$_yR_k : (x, y) \longrightarrow (x, ky),$$

$$_gR_k : (x, y) \longrightarrow (kx, ky)$$

imenujemo zaporedoma ‘razteg s faktorjem k v smeri x -osi’, ‘razteg s faktorjem k v smeri y -osi’ in ‘geometrijski razteg s faktorjem k iz točke $(0, 0)$ ’. Ugotovite, da ${}_xR_{-2}$, ${}_yR_{-2}$ in ${}_gR_{-2}$ preslikajo graf funkcije $f(x)$ v grafe ustreznih kvadratnih funkcij ${}_xf_{-2}(x)$, ${}_yf_{-2}(x)$ in ${}_gf_{-2}(x)$.

- Izračunajte ${}_x f_{-2}(x)$.
- Določite interval na katerem velja ${}_g f_{-2}(x) \leq f(x)$.
- Določite teme ${}_y f_{-2}(x)$?
- Na pregledni skici skicirajte in jasno označite vse štiri parabole.



$$\begin{aligned} 9 - xz + z x^{\frac{2}{1}} &= (x)^{z-f^6} \\ 9 - xz - z xz &= (x)^{z-f^6} \quad \text{[R]} \\ 3 + x - z x^{\frac{2}{1}} &= (x)^{z-f^6} \end{aligned}$$

34. V ravnini sta podani točki $A(0, 2)$ in $B(0, \frac{2}{9})$ ter premici $a : y = 0$ in $b : y = \frac{20}{9}$. Določite vse točke T za katere velja $d(T, A) = d(T, a)$ in $d(T, B) = d(T, b)$.

[R: Naredili na predavanjih: $T_1(-\frac{3}{2}, \frac{9}{10})$, $T_1(\frac{3}{2}, \frac{9}{10})$]

35. V ravnini sta podani točki $A(1, 2)$ in $B(1, \frac{2}{9})$ ter premici $a : y = 0$ in $b : y = \frac{20}{9}$. Določite vse točke T za katere velja $d(T, A) = d(T, a)$ in $d(T, B) = d(T, b)$.

$$[\mathbb{R}: T_1(\frac{3}{10}, \frac{3}{5}) T_1(\frac{6}{10}, \frac{3}{5})]$$

36. Točki $A(1, 2)$ in $B(2, b)$ ležita na paraboli $y = ax^2$. Točka H leži na y – osi in BH je pravokotna na y – os. Točka $C \neq H$ leži na nosilki BH tako, da je $HB = BC$. Parabola $y = cx^2$ gre skozi točko C . Katera urejena trojka (a, b, c) ustreza pravilnim rešitvam za a , b in c ?

$$[\mathbb{R}; (2, 8, \frac{2}{1})]$$

37. Točki $A(2, 2)$ in $B(4, b)$ ležita na paraboli $y = ax^2$. Točka H leži na y -osi in BH je pravokotna na y -os. Točka C leži na nosilki BH tako, da je $HC = CB$. Parabola $y = cx^2$ gre skozi točko C . Katera urejena trojka (a, b, c) ustreza pravilnim rešitvam za a , b in c ?

$$[\mathbf{R}: (\frac{1}{2}, 8, 2)]$$

38. Parabolo $p : 2x^2 + 8x - y + 8 = 0$ prezrcalimo preko premice $x - y + 1 = 0$ in dobimo parabolo q .

- Določite enačbo parabole q .
- (Brez uporabe odvoda) določite (najmanjšo) razdaljo med parabolama p in q .
- Določite ustrezni točki $A \in p$ in $B \in q$ v katerih se paraboli p in q najbolj približata druga drugi.

$$[\frac{7}{3} - \frac{8}{7}, -\frac{8}{7}) = B, A = (-\frac{7}{7}, \frac{8}{7}) = (-1, p) = \frac{8}{7^2} = d, y+1 = 2(y+1)^2$$

39. Enačba $2x^2 - 4x - y + 3 = 0$ določa parabolo p . Določite enačbo parabole q , ki jo dobimo, če parabolo p prezrcalimo preko premice $x + y - 1 = 0$. Brez uporabe odvoda določite točki A na p in B na q v katerih se paraboli p in q najbolj približata druga drugi. Določite razdaljo med A in B .

40. Izračunajte:

$$\frac{t \cdot \sin(\arctan(t)) + \cos(\arctan(t))}{\sqrt{1+t^2}} =$$

41. Izračunajte:

$$\frac{\sin(\arctan(t)) + t \cdot \cos(\arctan(t))}{\sqrt{1+t^2}} =$$

42. Dana je funkcija

$$f(x) = \frac{1}{\sin(\arctan \frac{|x|}{\sqrt{1-x^2}})}.$$

Če in kolikor je mogoče funkcijo poenostavite, določite njeno definicijsko območje in skicirajte njen graf.

43. Dani sta funkciji $f(x) = 3 \sin(\arctan(\frac{\sqrt{4-x^2}}{x}))$ in $g(x) = 3 \sin(\arctan(\frac{\sqrt{4-x^2}}{|x|}))$. Določite definicijski območji in zalogi vrednosti obeh funkcij, ugotovite območja padanja in naraščanja, skicirajte grafa, funkciji primerjajte in opišite/napišite v enostavnejši/prepoznavnejši obliki.

44. Za katere x -e velja $\log_3 x^2 < (\log_3 x)^2$? Ob skici pojasnite svoj odgovor.

45. Za katere x -e velja $\log_5 x^2 < (\log_5 x)^2$? Ob skici pojasnite svoj odgovor.
46. Naj bo $f(x) = \log_{10+\frac{20x}{\pi}}(10 \cos x)$.
- Določite definicijsko območje funkcije f .
 - Določite realna števila x za katera je $f(x) > 1$.
47. Določite $a, b \in \mathbb{R}$ tako, da bo definicijsko območje funkcije $f(x) = \log_2(b - a|x|)$ enako intervalu $(-2, 2)$ in bo $f(\frac{9}{5}) = 0$. Za tako funkcijo rešite enačbo $f(x) = n$ za vse $n \in \mathbb{Z}$.
48. Podano imamo funkcijo $f(x) = \log_3 |9 - 6|x||$. Za funkcijo $f(x)$ določite definicijsko območje in zalogo vrednosti. Za vsak $n \in \mathbb{Z}$ analizirajte enačbo $f(x) = n$: ugotovite, za katere $n \in \mathbb{Z}$ je enačba rešljiva in poiščite vse rešitve.
49. Za funkcijo $f(x) = \log_{x^2}(|x| + 1)$ določite:
- definicijsko območje,
 - področje, kjer je funkcija negativna,
 - področje, kjer je funkcija med 0 in 1,
 - področje, kjer je funkcija večja od 1 in
 - (*) skico grafa.
50. Dani sta premici $p: y = \frac{2}{3}x + 1$ in $q: y = \sqrt{2}x + 1$.
- Katera izmed premic vsebuje več celoštevilskih točk (m, n) , $m, n \in \mathbb{Z}$?
 - Znate poiskati točko (m, n) , $m, n \in \mathbb{Z}$, $(m, n) \notin p$, ki je najbližje premici p ?
 - (*) Znate poiskati točko (m, n) , $m, n \in \mathbb{Z}$, $(m, n) \notin q$, ki je najbližje premici q ?
51. Poiščite vsa cela števila $n \in \mathbb{Z}$ za katera je $\frac{3n-2}{2n-3}$ celo število. Zapišite vse take celoštevilске pare $(n, \frac{3n-2}{2n-3})$.
52. Poiščite vsa cela števila $n \in \mathbb{Z}$, za katera je $\frac{n^2-5n+4}{n-3}$ celo število. Zapišite vse take celoštevilске pare $(n, \frac{n^2-5n+4}{n-3})$. Rešitve naloge razložite z uporabo razumevanja racionalne funkcije $f(x) = \frac{x^2-5x+4}{x-3}$.

53. Kot med vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$ z dolžinama $|\vec{a}| = 2$ in $|\vec{b}| = 3$ merjen v radianih je $\frac{2\pi}{3}$.

Koliko je skalarni produkt $\vec{a}$ z $\vec{b}$?

Koliko je $|\vec{a} + 2\vec{b}|$?

54. Kot med vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$ z dolžinama $|\vec{a}| = 2$ in $|\vec{b}| = 3$ merjen v radianih je $\frac{5\pi}{3}$.

Koliko je skalarni produkt $\vec{a}$ z $\vec{b}$?

Koliko je $|\vec{a} + 2\vec{b}|$?

55. Dokažite, da se diagonale v rombu sekajo pod pravim kotom.

56. Kaj lahko povemo o štirikotniku, ki ima oglišča v razpoloviščih poljubnega štirikotnika?

[R: Vedno dobimo paralelogram.]

57. Trikotnik z oglišči A , B in C ima ploščino P . Kolikšna je ploščina trikotnika z oglišči A' , B' in C' , če velja $\vec{AB'} = 2\vec{AB}$, $\vec{BC'} = 2\vec{BC}$ in $\vec{CA'} = 2\vec{CA}$?

[R: $7P$]

58. Soba ima obliko kvadra s stranicami a , b in c . V sobi je 'napeta telesna diagonala'. V enem izmed zgornjih oglišč, kjer ni vpeta telesna diagonala, je točkasto svetilo. Kako dolga je senca telesne diagonale?

[$\frac{a^2 + c^2 + \sqrt{a^2 + c^2} \sqrt{b^2 + a^2 + c^2}}{a^2 + c^2 + \sqrt{a^2 + c^2} \sqrt{b^2 + a^2 + c^2}}$]

59. Dana je točka $P(1, 0, 1)$ v xyz -prostoru. Za točko Q , naj bo točka R presek nosilke PQ in xy -ravnine. Določite/narišite množico vseh točk R , ko točka Q prepotuje krivuljo $z = \frac{1}{y}$, za $y > 0$ v yz -ravnini. Če točke R v xy ravnini opišemo v obliki $(x, f(x))$, zapišite funkcijo $f(x)$ in določite njeno definicijsko območje.

[R: $f(x) = \frac{x}{2(1-x)} - x + 2$, $x \in (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$]

60. Dana je točka $P(2, 0, 1)$ v xyz -prostoru. Za točko Q , naj bo točka R presek nosilke PQ in xy -ravnine. Določite množico vseh točk R v ravnini xy , ko točka Q prepotuje krivuljo $y^2 + (z - 2)^2 = 1$ v yz -ravnini.

61. Dana je točka $P(0, -1, 2)$ v xyz -prostoru. Za točko Q , naj bo točka R presek nosilke PQ in xy -ravnine. Določite množico vseh točk R v ravnini xy , ko točka Q prepotuje krivuljo $x^2 + (z - 1)^2 = 1$ v xz -ravnini.

62. Dana je fiksna točka $Q(0, 2, 2) \in \mathbb{R}^3$ in točka $P \in \mathbb{R}^3$, ki ni fiksna. Nosilka QP seka ravnino $z = 0$ v točki R . Natančno opišite, kakšno množico točk v ravnini $z = 0$ opiše točka R , ko P prepotuje krivuljo $z = 1 - x^2$ v ravnini $y = 0$.

$$[\mathbb{R} : \text{Eilipso} \ x^2 + \frac{z^2}{4} = 1, \text{ razen točke } (0, 2)]$$

63. Točka $P(t, |t|)$ leži na grafu funkcije $f(x) = |x|$. Krožnica z radijem $\frac{\sqrt{2} \cdot |t|}{3}$ se v točki P z zgornje strani dotika grafa funkcije f . Določite funkcijo, na grafu katere ležijo središča krožnic za vse vrednosti t . Skicirajte.

$$[|x|z = (x)^6 : \mathbb{R}]$$

Nekaj nekoliko zahtevnejših nalog identičnih ali vsebinsko ekvivalentnih nalogam na sprejemnih izpitih na različne Japonske univerze pred cca 20 leti.

64. Kolikšen je lahko največji R , da vsaj kaka premica s smernim koeficientom $\frac{2}{5}$ ne bo sekala (ali se dotikala) nobenega izmed krogov z radijem R in središčem v celoštevilskih točkah ravnine?
65. Točka $P(t, 1 - \frac{t^2}{2})$ je točka na paraboli $2y + x^2 - 2 = 0$. Krožnica z radijem $\sqrt{1 + t^2}$ se v točki P dotika parabole.
- Določite lego središč krožnic, ki se parabole dotikajo z zgornje strani.
 - Določite lego središč krožnic, ki se parabole dotikajo s spodnje strani.
66. Dana je točka $P(0, -1, 2)$ v xyz -prostoru. Za točko Q , naj bo točka R presek nosilke PQ in xy -ravnine. Določite množico vseh točk R v ravnini xy , ko točka Q prepotuje krivuljo $x^2 + (z - 1)^2 = 1$ v xz -ravnini.
67. Ploskev R v $\mathbb{R}^3$ je množica točk (x, y, z) za katere velja $|x| \leq 1$, $|y| \leq 2$ in $z = 1$. Točkasto svetilo P se giblje po krivulji $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1, z = 2$. Skicirajte in izračunajte ploščino lika, ki ga na ploskvi xy opiše senca ploskve R .
68. Tetraeder postavimo na ravnino. *Poteza* pomeni, da tetraeder naključno 'prevalimo' preko poljubnega roba. (Tetraeder po potezi leži na drugi ploskvi.) Kolikšna je verjetnost, da bo po n potezih tetraeder ležal na isti ploskvi kot na začetku?
69. Dane so tri točke v ravnini $O(0, 0)$, $A(1, 0)$ in $B(-1, 0)$. Točka P se giblje po ravnini tako, da velja

$$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} + 3 \cdot \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0.$$

- (a) Določite vse možne lege točke P .
- (b) Določite ekstremne vrednosti $|\overrightarrow{PA}| \cdot |\overrightarrow{PB}|$.

70. Pravokotnik $ABCD$ ima stranici dolgi 1 in a . Točka E je presečišče diagonal. Narišite pet krogov z radiji r in s središči v točkah A, B, C, D in E . Poiščite največji r za katerega bo ploščina preseka poljubnih dveh krogov enaka nič. Naj bo $S(a)$ ploščina preseka pravokotnika z unijo vseh petih tako določenih krogov. Skicirajte funkcijo

$$\frac{S(a)}{a}.$$

71. Naj bodo a, b in c stranice trikotnika $\triangle ABC$, ter S njegova ploščina. Iz točke P v trikotniku $\triangle ABC$ narišemo pravokotnice na vse tri stranice, ki merijo x, y in z .

- (a) Izrazite S z a, b, c, x, y in z .
- (b) Naj bo $P'(x, y, z)$ točka v prostoru, ki pripada točki P . Dokažite, da ko se točka P giblje znotraj trikotnika $\triangle ABC$, točka $P'(x, y, z)$ tudi opiše trikotnik.
- (c) Dokažite, da če je P težišče trikotnika $\triangle ABC$, je tudi P' težišče trikotnika dobljenega v (b).

72. Za $p \in \mathbb{R}$ imamo enačbo $x^3 - 3x - p = 0$. Če ima enačba eno samo realno rešitev, naj bo $f(p)$ kvadrat te rešitve. Sicer naj bo $f(p)$ produkt najmanjše in največje rešitve te enačbe.

- (a) Poiščite minimum funkcije $f(p)$.
- (b) Približno skicirajte funkcijo $f(p)$.