

LINEARNA ALGEBRA 2019/20

3. DOMAČA NALOGA

Rok za oddajo: **25. 2. 2020**

1. Naj bo G grupa in $a, b \in G$. Pokaži, da so naslednje trditve ekvivalentne

a) $ab = ba$

b) Za vse $n \in \mathbb{N}$ je $(ab)^n = a^n b^n$.

c) Obstaja $n \in \mathbb{N}$, da je $(ab)^n = a^n b^n$, $(ab)^{n+1} = a^{n+1} b^{n+1}$ in $(ab)^{n+2} = a^{n+2} b^{n+2}$.

2. Pokaži, da $R = \{a + b\sqrt[3]{7} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ polje. Pokaži, da $S = \{a + b\sqrt[3]{7} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ ni kolobar. (V obeh primerih vzamemo operaciji iz $\mathbb{R}$.)

3. Naj bo $\mathbb{R}_3[x]$ vektorski prostor polinomov stopnje največ 3 in

$$U = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p'(0) = p(1)\}$$

a) Pokaži, da je U vektorski podprostor.

b) Določi kakšno bazo vektorskega prostora U .

c) Dobljeno bazo dopolni do kakšne baze celotnega $\mathbb{R}_3[x]$.

4. Določi bazo jedra in slike matrike A .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Jedro matrike je $\ker A = \{x \in \mathbb{R}^4 \mid Ax = 0\}$, slika pa $\operatorname{im} A = \{Ax \mid x \in \mathbb{R}^4\}$.