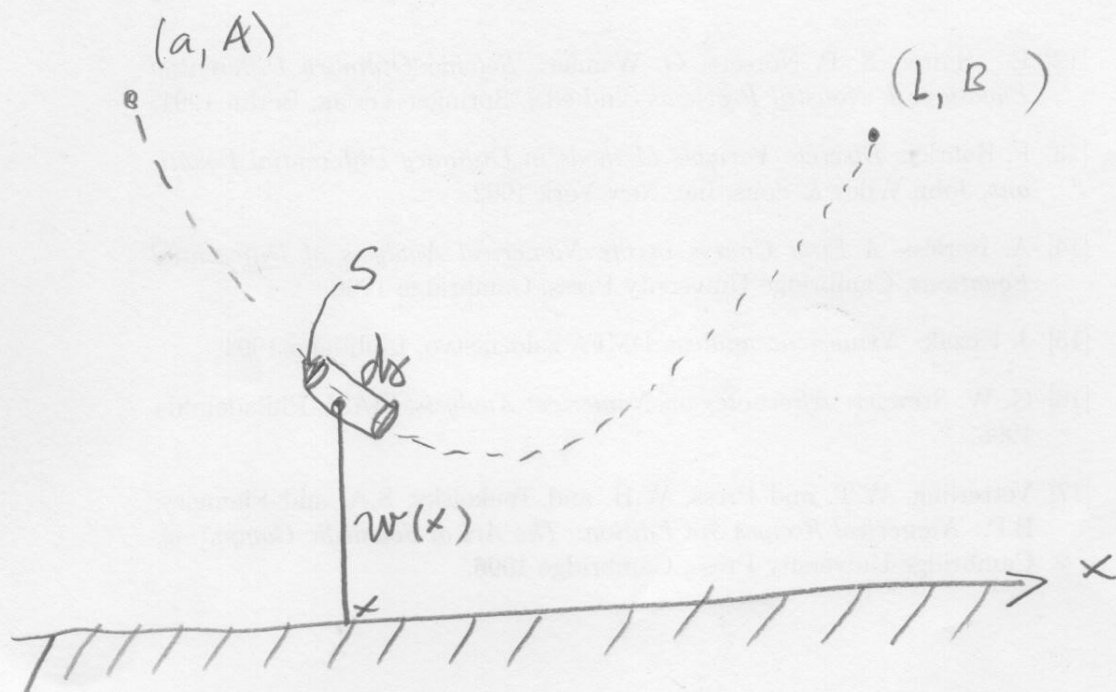


Dodatno gradivo k zvezni ver. ①

Izpeljava funkcionala ϕ :



Potencialna energija delčka homogene
mre je

$$\begin{aligned} dW &= g \cdot w(x) \overset{h}{dm} = g w(x) \overset{\rho = \frac{dm}{dV}}{\rho} dV \quad \swarrow \text{gostota mre} \\ &= g w(x) \overset{\text{presek mre}}{\rho S ds} = \underbrace{g w(x) \rho S}_{\text{konstante}} \sqrt{1 + w'(x)^2} dx \end{aligned}$$

$$\Rightarrow d\tilde{W} = w(x) \sqrt{1 + w'(x)^2} dx$$

$$\Rightarrow \tilde{W}(w) = \phi(w) = \int_a^b w(x) \sqrt{1 + w'(x)^2} dx$$

Analiza konvergence iteracije:

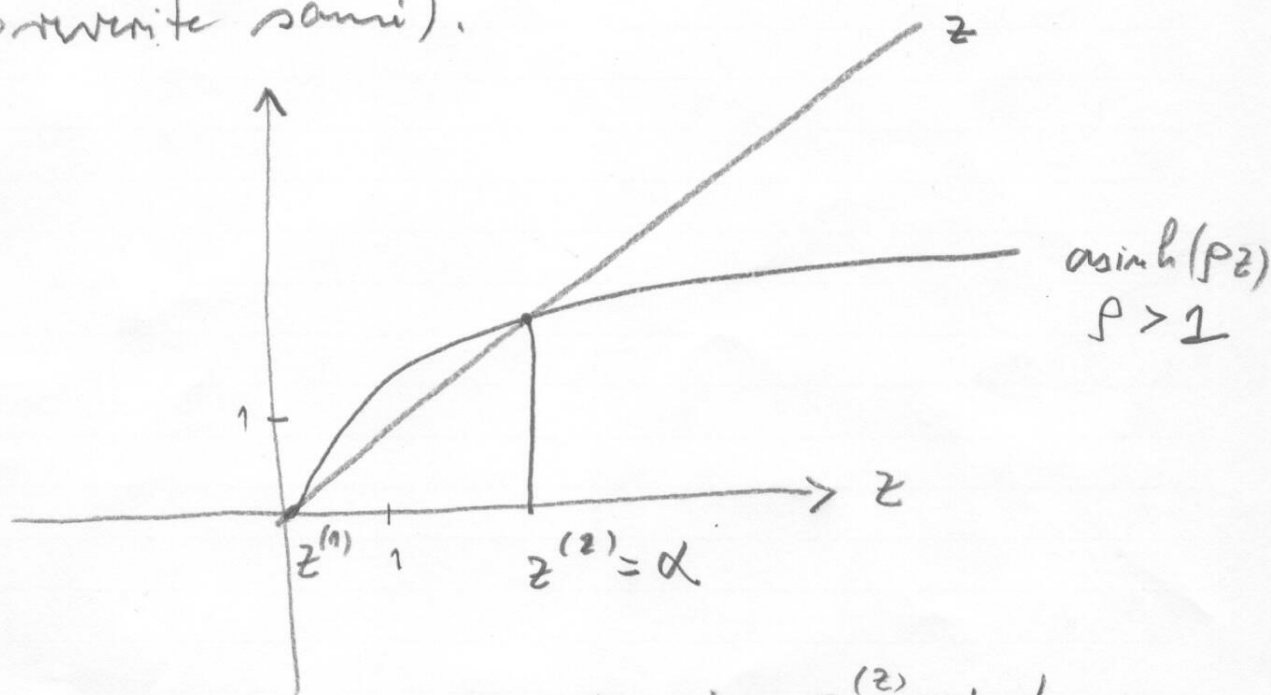
(2)

$$z_{k+1} = a \sinh p z_k, \quad z_0 - \text{izbrano}$$

$$z = g(z) := a \sinh(pz)$$

Ker je $p = \frac{\sqrt{b^2 - (B-A)^2}}{b-a} > 1$ (glej skico),

ima enaka $z = g(z)$ natanko
dve negativni rešitvi $z^{(1)} = 0$ in $z^{(2)} > 0$
(preverite sami).



Pokaži namo, da je $z^{(2)} = \alpha$
privlačna negibna točka iteracije
 $z_{k+1} = g(z_k) = a \sinh(pz_k)$.

Preventi meramo, da je $|g'(z)| < 1$. ③

Zlahka izračunamo

$$g'(z) = \frac{\rho}{\sqrt{1 + \rho^2 z^2}}.$$

Tahy vidimo, da je $z'' = 0$ obvyzna točka, saj je $g'(z'') = \rho > 1$.

Ker je α resitev enačbe $\alpha = a \sinh(\rho \alpha)$,

$$\text{je } \rho = \frac{\sinh \alpha}{\alpha}.$$

$$\text{Tako dobimo } g'(\alpha) = \frac{\tanh \alpha}{\alpha} \text{ in}$$

pokažati moramo, da je $\frac{\tanh(\alpha)}{\alpha} < 1$.

$$\text{Definirajmo } f(\alpha) := \tanh \alpha - \alpha.$$

$$\text{Očitno je } f(0) = 0 \text{ in } f'(\alpha) = -\tanh^2 \alpha < 0.$$

Funkcija f je torej padajoča, zato je

$$f(\alpha) < 0 \text{ za } \alpha > 0 \Rightarrow \tanh \alpha < \alpha \quad \square$$