

Parametrične krivulje

Podana je parametrična krivulja v ravnini

$$c: [0, 4\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto (-\cos t + 2\cos(0.5t), -\sin t + 2\sin(0.5t)).$$

Odgovorite na naslednja vprašanja.

1. Kolikšna je oddaljenost točke $c(1)$ od koordinatnega izhodišča?

Rešitev: 1.22

2. Kolikšna je dolžina L krivulje c ?

Rešitev: 16.00

3. Izračunajte ploščino zanke, ki jo opiše krivulja.

Rešitev: 18.85

4. Kolikšna je predznačena ukrivljenost κ krivulje c v točki $c(2\pi)$?

Rešitev: 0.38

5. Izračunajte presečišči krivulje c s premico $y = -x$.

Rešitev: $T_1(-2.0397, 2.0397)$ in $T_2(1.3974, -1.3974)$.

6. Izračunajte presečišči krivulje c s krivuljo

$$c_2: [0, 3\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto t/4 (\cos t, \sin t).$$

Rešitev: $T_1(-1.4268, -0.4462)$ in $T_2(1.4976, 0.7868)$.

7. Pri katerih vrednostih parametra $t \in (0, 4\pi)$ je tangentni vektor vzporeden z abscisno osjo?

Rešitev: $t_1 = 4.19$ in $t_2 = 8.38$

8. Kolikšna je razdalja točke $A(2, 2)$ do krivulje c ?

Rešitev: 0.80

9. 🚫 Naj bo dana družina krivulj

$$c: [0, 4\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto (\alpha \cos t + 2\cos(0.5t), \alpha \sin t + 2\sin(0.5t)),$$

odvisna od parametra α . Določite tisto krivuljo, ki minimizira funkcional

$$\int_0^{4\pi} \kappa(t)^2 \|\dot{c}(t)\| dt + L,$$

kjer je $\kappa(t)$ ukrivljenost krivulje pri parametru t , $\|\dot{c}\|$ ločna dolžina krivulje in L dolžina krivulje. Minimum funkcionala lahko poiščite z metodo `fminsearch` z začetnim približkom $\alpha = -1/2$. Kolikšna je vrednost optimalne α ?

Rešitev: 0