

DISKRETNE STRUKTURE 2, IŠRM

(seznam vprašanj za teoretični del izpita)

- Kaj je stopnja vozlišča grafa in kaj pravi lema o rokovanju? Kako dokažemo to lemo?
- Pojasnite sprehod, sklenjen sprehod, pot v grafu, cikel v grafu. Pokažite, da vsak graf, ki vsebuje sklenjen sprehod lihe doline, vsebuje tudi cikel lihe doline.
- Kaj so dvodelni grafi? Kako jih karakteriziramo? Kako dokažemo to karakterizacijo?
- Kaj je homomorfizem grafov, izomorfizem grafov in avtomorfizem grafa? Kaj je to $\text{Aut}(G)$? Kakšno algebrsko strukturo ima?
- Kaj pomeni, da je graf H minor grafa G ? Kdaj sta dva grafa homeomorfna? Pojasnite operacijo kartezičnega produkta grafov.
- Kaj so to prerezna vozlišča in prerezne povezave grafa? Kdaj je graf k -povezan in kaj je to povezanost grafa?
- Pojasnite Whitney-ev izrek, ki karakterizira 2-povezane grafe. Skicirajte dokaz tega izreka. Zapišite Mengerjev izrek.
- Kaj je drevo in kaj je gozd? Katere karakterizacije dreves poznate?
- Kaj je vpeto drevo grafa? Kateri grafi premorejo vpeta drevesa? Kako lahko rekurzivno določimo število vpetih dreves povezanega grafa?
- Kaj je Laplaceova matrika multigrafa? Kaj pravi Kirchhoffov izrek o številu vpetih dreves multigrafa?
- Kaj pomeni, da je graf Eulerjev? Kako karakteriziramo Eulerjeve grafe? Skicirajte dokaz slednjega rezultata.
- Kdaj je graf Hamiltonov? Navedite in pojasnite potrební pogoj z razpadom grafa za obstoj Hamiltonovega cikla v grafu.
- Navedite Orejev zadostni pogoj za obstoj Hamiltonovega cikla v grafu. Skicirajte dokaz tega izreka.
- Kaj so ravninski grafi? Kaj so lica ravninske vložitve grafa in čemu je enaka vsota dolžin vseh lic ravninske vložitve grafa? Kako lahko omejimo število povezav ravninskega grafa s pomočjo njegove ožine?
- Kaj pravi Eulerjeva formula za ravninske grafe? Skicirajte njen dokaz. Katere posledice Eulerjeve formule poznate?
- Kaj je kromatično število $\chi(G)$ grafa G ? Pojasnite požrešni algoritem barvanja grafa. Kako lahko z njegovo pomočjo navzgor omejimo $\chi(G)$?

- Kaj je kromatični indeks $\chi'(G)$ grafa G ? Kaj pravi Vizingov izrek in kako na njegovi osnovi razdelimo vse grafe v dva razreda?
- Kaj je grupoid, polgrupa, monoid in grupa? Dokažite, da ima v monoidu vsak element največ en inverz.
- Kako v monoidu izračunamo inverz produkta obrnljivih elementov? Kako definiramo potence v monoidu in kateri računski zakoni veljajo zanje?
- Kaj je red elementa v grupi? Kaj je pravilo krajšanja v grupi? Dokažite ga.
- Kaj je podgrupa in kako lahko ekvivalentno opišemo, kdaj je H podgrupa grupe G ? Kaj je ciklična podgrupa in kaj so njeni generatorji?
- Kaj je permutacijska grupa? Kaj je simetrična grupa S_n in kaj je alternirajoča grupa A_n ?
- Kaj je homomorfizem med dvema grupama in kaj je izomorfizem med dvema grupama? Kaj pravi Cayleyev izrek (o univerzalnosti permutacijskih grup) in kakšna je ideja njegovega dokaza?
- Kaj so odseki grupe G po podgrupi H ? Kdaj je $aH = H$, kdaj je $aH = Ha$, in kdaj je aH podgrupa v G ?
- Kaj je vsebina Lagrangeovega izreka o moči podgrup končnih grup? Kako dokažemo ta izrek? Kaj lahko zaključimo iz tega izreka o grupah praštevilskih moči?
- Kaj je podgrupa edinka? Navedite nekaj primerov podgrup edink. Kaj je faktorska grupa G/H in kaj pomeni, da je operacija v G/H dobro definirana?
- Kaj je kolobar, kaj je kolobar z enoto in kaj je komutativen kolobar? Dokažite, da če sta a in b elementa poljubnega kolobarja, potem velja $-(ab) = (-a)b$.
- Kaj je podkolobar? Kako lahko preverimo, ali je $S \subseteq R$ podkolobar kolobarja R ? Kaj je center kolobarja?
- Kaj je cel kolobar? Kaj je pravilo krajšanja v kolobarjih in kakšna je povezava tega pravila s celimi kolobarji? Kaj velja za končne cele kolobarje?
- Kaj je karakteristika kolobarja? Kako lahko določimo karakteristiko kolobarja z enoto? Kaj lahko povemo o karakteristiki celega kolobarja?
- Kaj je ideal kolobarja? Kako lahko preverimo, ali je $I \subseteq R$ ideal kolobarja R ? Kaj je faktorski kolobar R/I in kako računamo v njem?
- Kaj je kolobar polinomov $R[x]$ nad kolobarjem R ? Kar pravi izrek o deljenju polinomov v $F[x]$, kjer je F polje? Skicirajte dokaz tega izreka.
- Kdaj je polinom $f(x) \in F[x]$ nerazcepen nad poljem F ? Kdaj je $a \in F$ ničla polinoma $f(x)$? Dokažite, da je $a \in F$ ničla za $f(x)$ natanko tedaj, ko $x - a$ deli $f(x)$.