

2. kolokvij iz Matematike 1 (NTF UNI)

24. 1. 2020

1. Naj bo $f(x) = \frac{\ln(2x^2 + 1) - \ln(3)}{(x^2 - 1)\sqrt{3x + 1}}$.

(a) Izračunaj limiti $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ in $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

(b) Določi konstanti a in b tako, da bo funkcija

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & ; \quad x \in (0, 1) \\ ax + b & ; \quad x \in (-\infty, 0] \cup [1, \infty) \end{cases}$$

zvezna na celi realni osi.

Rešitev: (a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \ln(3)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{3}$ (b) $a = \frac{1}{3} - \ln(3)$, $b = \ln(3)$

2. Dana je funkcija $f(x) = (x + 1)^2 e^{\frac{1}{x} - 2}$.

(a) Določi lokalne ekstreme in intervale naraščanja in padanja funkcije $f(x)$.

(b) S pomočjo linearnega približka približno izračunaj $f(0.49)$.

Rešitev: (a) $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{1}{2}$, $x_3 = 1$; narašča: $x \in (-1, -\frac{1}{2}) \cup (1, \infty)$, pada: $x \in (-\infty, -1) \cup (-\frac{1}{2}, 1)$ (b) $f(0.49) \doteq 2.31$

3. Z integracijo *per partes* izračunaj

$$\int 3x^2 \arctan x \, dx.$$

Rešitev: $x^3 \arctan x - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$

4. Izračunaj prostornino vrtenine, ki jo dobimo, če graf funkcije $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x(2 \ln(x) + 3)}}$ zavrtimo okrog x -osi na intervalu $[1, \infty)$.

Rešitev: $\frac{\pi}{6}$