

Izjavi ratun - nadstjeranij

Modus ponens

Naq̄ lo sklepanjz, ki prazni:

1.) Nj lo resničnz izjz $P \Rightarrow Q$

2.) in naj lo resničnz izjz P .

Iz 1) in 2) sledi

Potem mora bit najno resničnz tudi
izjz Q

Dokaz:

P	Q	$P \Rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Primer:

$P \Rightarrow Q$; T_1 plác je $L_5 \Rightarrow t_2$ plác je čim

Modus tolens

Nij ho resnične izjave $P \Rightarrow Q$ in

nij ho resnična izjava $\neg Q$

Tedy mora biti nujno resnične izjave
 $\neg P$

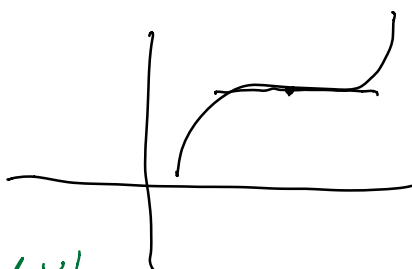
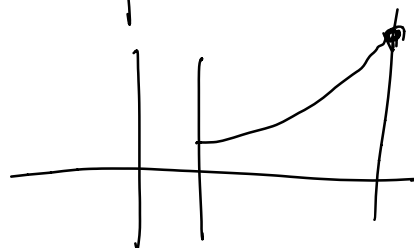
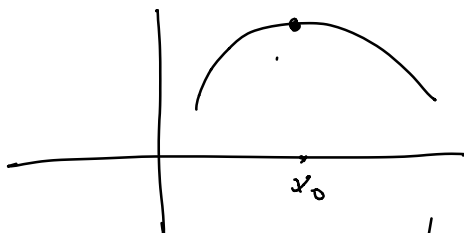
Skupaj: Dkzali smo:

$$P \Rightarrow Q \quad \wedge \quad \neg Q \Rightarrow \neg P$$

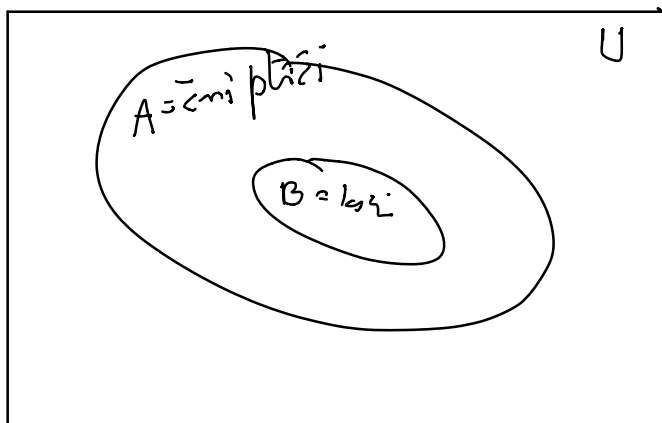
Potreben iz zadržan pogoj:

Primeri

Potreben pogoj, da ima
funkcija $f(x)$ v $x = x_0$
ekstrem j, da ima
 $f(x)$ v $x = x_0$ stacionarno
točko.



Zadržan pogoj, da ima
 $f(x)$ v $x = x_0$ stacionarno točko j,
da ima f v $x = x_0$ lokalni ekstrem.



$U = \text{ptiči}$

Kvantifikatorji:

Imamo dva osnovna kvantifikatorja
(pa še kakšnega pomožnega).

$\forall$

vsak

$\exists$

obstaja (vsaj en ...)

Pomožni:

$\exists!$

obstaja natanko en.

Pomembno je znati pravilno negirati
(zanikovati) izjave, v katerih nastopajo
kvantifikatorji.

Primer:

P : če vsak $x \in B$ velja $x \in A$

$\neg P$: $\exists x \in B$, tako da $x \notin A$

3.7 Šterila

a.) Navsez šterila:

$\mathbb{N}$ - množica naravnih števil

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Princip matematične indukcije

Drek Naj bo $M \subseteq \mathbb{N}$ podmnožica množice naravnih števil, za katero velja:

1.) $1 \in M$

2.) $n \in M \Rightarrow n+1 \in M$

Tedy je M velja:
 $M = \mathbb{N}$

Dokaz: Nij ho $m \in \mathbb{N}$ pozitivno prirodno
číslo. Dokazujemo, da je $m \in M$.

Indukci

$$1 \in M \quad \text{po definiciji 1.)}$$

$$1 \in M \Rightarrow 1+1=2 \in M \quad \text{po definiciji 2.)}$$

$$2 \in M \Rightarrow 2+1=3 \in M \quad \text{--- "}$$

$$3 \in M \Rightarrow 3+1=4 \in M \quad \text{--- "}$$

$\vdots$

$$m-2 \in M \Rightarrow (m-2)+1 = m-1 \in M \quad \text{po definiciji 2.)}$$

$$m-1 \in M \Rightarrow (m-1)+1 = \underline{m \in M} \quad \text{--- "}$$

□

Primer 1:

Trditel Za $\forall m \in \mathbb{N}$ velja

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (m-1) + m = \frac{m(m+1)}{2}$$

Dokaz z indukcijom

$$M = \left\{ n ; 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2} \right\}$$

M je množica naravnih števil, za katere
enačba velja.

Trditev: enačba velja za vsa naravna
števila; torej dokazimo: $M = \mathbb{N}$.

Dokazni korak: Za M velja po

1.) in 2.) iz zgoraj izpeljanih izrekov;

Polem to po zgoraj izpeljanih izrekih velja:

$$M = \mathbb{N}.$$

Torej, dokazujemo, da 1.) in 2.) veljata za M

a.)

1.) $1 \in M$

$$1 \quad \Bigg| \quad \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$$\text{Troj: za } n=1 \text{ enaka ref2} \Rightarrow 1 \in M$$

b.) 2.) Trudimo, da ref2

Indukcijski
predpostavki

$$n \in M \Rightarrow n+1 \in M$$

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Dokazati moramo: Zanima enaka ref2 tudi
za $n+1$. Troj;

$$1+2+3+\dots+n+(n+1) = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$\underbrace{1+2+3+\dots+n}_{\frac{n(n+1)}{2} \text{ po indukcijski predpostavki}} + n+1 =$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + n+1 = \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} =$$

$$= \frac{(m+2)(m+1)}{2} =$$

$$= \frac{(m+1)((m+1)+1)}{2}$$

Torej: $\exists M$ ref. tudi lastnost 2.)

Torej: M vsebuje pravi množico izračunov $\Rightarrow M = \mathbb{N}$ □

Primer 2. Diagonale v n -kotniku

Izrek: Število diagonal $D(n)$ v n -kotniku
je enako:

$$D(n) = \frac{n(n-3)}{2}$$

Dokaz z indukcijo:

M naj bo množica vseh n , za katere velja

n -listnik in $\frac{n(n-3)}{2}$ drizjond.

Torej: $D(n) = \frac{n(n-3)}{2}$

$$M = \{ n \in \mathbb{N}; D(n) = \frac{n(n-3)}{2} \}$$

Dokazati bomo: množica M ima lastnost:
1. in 2. iz osnovnega izreka.

1.) $n = 3$

$$D(3) = \frac{3(3-3)}{2} = 0 \quad \checkmark \text{ ok}$$

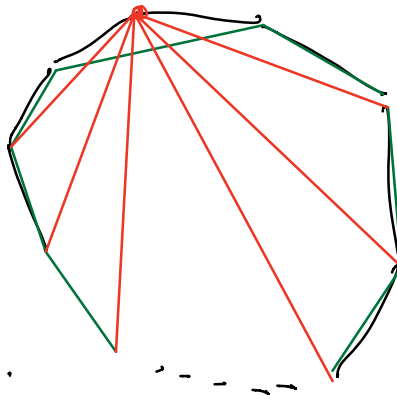
2.) $D(n) = \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow D(n+1) = \frac{(n+1)((n+1)-3)}{2}$

indukcijska
predpostavka.

Naj bo

pošlehen

$(n+1)$ -kotnik



Taki mnogokotnik je

n -kotnik; Po indukcijski predpostavki ima

$\frac{n(n-3)}{2}$ diagonel.

Nas $(n+1)$ -kotnik dobimo tako, da zaletem

dobimo dve silišči. Kdiko n -ih

diagonal tako pridobimo?

$$n-2 + 1 = n-1$$

prejšnja stran

Skupaj tvorj imamo:

$$\begin{aligned} \underline{D_{n+1}} + n-1 &= \frac{n(n-3)}{2} + (n-1) = \\ &= \frac{n(n-3) + 2(n-1)}{2} = \end{aligned}$$

$$= \frac{n^2 - 3n + 2n - 2}{2} = \underline{\underline{\frac{n^2 - n - 2}{2}}}$$

$$\underline{\underline{\frac{(n+1)((n+1)-3)}{2}}} = \frac{(n+1)(n-2)}{2} = \underline{\underline{\frac{n^2 - n - 2}{2}}}$$

Torej

$$D(n) + (n-1) = \frac{(n+1)((n+1)-3)}{2}$$

$\swarrow$ $\downarrow$
 ind. more disprove.
 predpostavka

Torej res

$$n \in M \Rightarrow n+1 \in M$$

$$\text{zaj' } D(n+1) = \frac{(n+1)((n+1)-3)}{2}$$

po principu indukcije naj velja:

$$M = \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$$

Torej: Vsaka $n \in \mathbb{N}$ ($n \geq 3$) ima

$$D(n) = \frac{n(n-3)}{2} \text{ disjunkt } \square$$