

Jedra, kvarki, leptoni

1. kolokvij, 29.11.2019

1. Za klasifikacijo upodobitev Poincaréjeve grupe sta uporabna operatorja $P^2 \equiv P_\mu P^\mu$ in $W^2 \equiv W^\mu W_\mu$, kjer je $W^\mu \equiv -\frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}L_{\nu\rho}P_\sigma$.
 - (a) Pokaži, da P^2 komutira z vsemi generatorji Poincaréjeve grupe. Določi lastno vrednost P^2 na stanju delca s spinom s , maso m in gibalno količino $\mathbf{p}$, $|\mathbf{p}; m, s\rangle$.
 - (b) Kako delujejo operatorji W^0 in W^i na stanju $|\mathbf{0}; m, s\rangle$ (v mirovnem sistemu delca)? Izračunaj lastno vrednost W^2 na tem stanju. Ali W^2 na tem stanju komutira z generatorji Poincaréjeve grupe (utemelji)?
2. Izrazi razliko mas $\Delta M = M_\Sigma - M_\Lambda$ stanj barionskega okteta s spinom $1/2$, $\Sigma^0 = |T=1, T_3=0, Y=0\rangle$ in $\Lambda = |T=0, T_3=0, Y=0\rangle$ v modelu hiperfine sklopitve med spini kvarkov:

$$M_{\text{barion}} = m_1 + m_2 + m_3 + \kappa \left(\frac{\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2}{m_1 m_2} + \frac{\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{s}_3}{m_2 m_3} + \frac{\mathbf{s}_3 \cdot \mathbf{s}_1}{m_3 m_1} \right),$$

kjer upoštevaj $m_q = m_u = m_d \neq m_s$. (Namig: brez škode za splošnost lahko pogledaš le eno permutacijo okusov kvarkov. Razmisli, kakšen je skupen spin kvarkov u in d v obeh barionskih stanjih.)

3. Predpostavi, da obstajajo barioni, ki so sestavljeni iz 4 kvarkov. Njihova valovna funkcija je

$$|\psi\rangle_{\text{okus, spin}} \otimes |\chi\rangle_{\text{barva}},$$

kjer je $|\psi\rangle_{\text{okus, spin}}$ simetričen na zamenjavo kvarkov.

- (a) Določi dimenzijo barionskega multipleta s spinom 2 za okusno simetrijo $SU(3)_{\text{okus}}$ kvarkov $\{u, d, s\}$. Zapiši valovno funkcijo stanja $|\psi\rangle_{\text{okus, spin}}$ z največjim Y in T_3 , nato skiciraj vsa stanja v ravnini (T_3, Y) . Upoštevaj, da ima kvark barionsko število $1/4$. Označi, kateri kvarki sestavljajo posamezna stanja.
- (b) Določi valovno funkcijo $|\psi\rangle_{\text{okus, spin}}$ stanja s kvantnimi števili $(T_3, Y) = (1/2, 0)$ s projekcijo spina $S_3 = 1$. Kakšna je verjetnost, da imata oba kvarka u spin $\uparrow$?