

Prediktor - mēģinājums; Izpilds

Spraudums α : pastāv α , kur f ir bijektīvs prediktor.

$$f: A \longrightarrow B$$

f ir bijektīvs, ja ir visi $b \in B$ sastāv no
matērija $a \in A$, tātad ir

$$f(a) = b.$$

Opmē: Uz A konkrēta mēģinājuma ir

$$f: A \longrightarrow B$$

bijektīvs prediktor. Pastāv arī B
konkrēta mēģinājuma ir

$$\# A = \# B$$

$\#A$ - število elementov v množici A .

Kompozitni preslikavi:

Def: Naj bo
 $f: A \rightarrow B$

preslikava in

$$g: B \rightarrow C$$

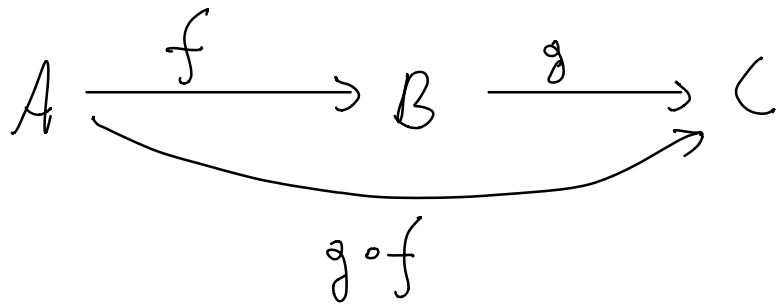
se ene preslikave. Kompozitni preslikavi

f in g je preslikava

$$g \circ f: A \longrightarrow C,$$

ki je podana s predpisom

$$(g \circ f)(a) = g(f(a))$$



Pinner:

$$\begin{aligned}
 f: \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\
 x &\longmapsto f(x) = 2x + 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g: \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \\
 y &\longmapsto y^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = \\
 &= g(2x + 3) = (2x + 3)^2
 \end{aligned}$$

Oben links kompositum:

$$\begin{aligned}
 g: \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \\
 f: \mathbb{R}^+ &\longrightarrow \mathbb{R}^+
 \end{aligned}$$

$$(f \circ g)(x) = f(x^2) = 2x^2 + 3$$

Pozor: $f \circ g \neq g \circ f$.

Inverzna preslikava

Def: Nj $f: A \rightarrow B$

bijektivna preslikava. Preslika f
inverzna preslikava je preslikava

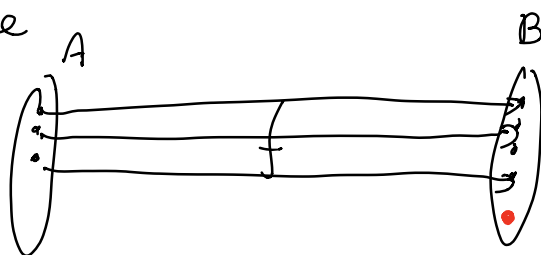
$$g: B \longrightarrow A,$$

ki je pojam s prepisom

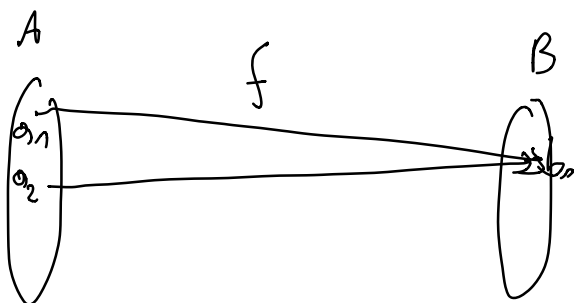
$$g(b) = a \iff f(a) = b$$

$$\begin{array}{ccc}
 A & \xrightarrow{\quad} & B \\
 a & \xrightarrow{f} & f(a) = b \\
 g(b) = a & \xleftarrow{g} & b
 \end{array}$$

Res imajo invertirane preslikave le bijektivne preslikave



$\bar{e}$ f ni surjektivna, potem inverza ni definirana.



$\bar{e}$ f ni injektivna, g ni definirana.

$$g(b_1) = ? \quad \begin{array}{l} a_1 \\ a_2 \end{array} \quad \text{t.e. } \text{ne} \quad \begin{array}{l} f(a_1) = b_1 \\ f(a_2) = b_1 \end{array}$$

Opomba: Spominimo se kvadriranja

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^+$$
$$x \longmapsto f(x) = x^2$$

f ni implikativna.

$$f(x) = f(-x) = x^2 = y$$

Pa smo vseno razjeli o kvadratnem korenu
zgoraj kot o inverzni funkciji $f(x) = x^2$

izvedemo prile: Če hočemo izločiti

po pravi naši definiciji, moramo def. domeno
 f skrajšati na $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, iz koren pa vzeti
le pozitivno rejo:

$$f: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \longrightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$
$$x \longmapsto f(x) = x^2$$

$$g: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \longrightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$
$$y \longmapsto \sqrt{y}$$

Věnuj se upřesňování **veřejnosti** korekce:

$$g(x) = \pm \sqrt{x}$$

každému x přiřadíme dvě hodnoty.

Označení: Inverzní preskripce bijektivní
preskripce

$$f: A \longrightarrow B$$

označujeme s symbolem f^{-1}

$$f^{-1}: B \longrightarrow A$$

Pozor: $f^{-1} \neq \frac{1}{f}$

Poznámka:

Identitní preskripce množice A také je

$$I_A: A \longrightarrow A$$

$$\mathcal{I}_A(a) = a$$

Vi vil: $\exists$ skz

$$f: A \longrightarrow B, \quad g: B \longrightarrow A$$

med de to injektive, surjektive:

$$(g \circ f) = \mathcal{I}_A$$

$$(f \circ g) = \mathcal{I}_B$$

Res:

$$\underline{(g \circ f)(a)} = g(f(a)) = g(b) \stackrel{(*)}{=} \underline{a}$$

Pr def:

$$g(b) = a \stackrel{(*)}{\Leftrightarrow} f(a) = b$$

$$\text{Tilsvarende: } (g \circ f) = \mathcal{I}_A,$$

V nadaljevanju se bomo ukvarjali z dvanajstimi vrstami preslikav:

1.) Zgledjz:

$$f: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$$

2.) Funkcij

$$f: A \longrightarrow \mathbb{R},$$

kjer je $A \subset \mathbb{R}$; običajno umijemo intervalov

$$A = \mathbb{R}, \quad A = [a, b], \quad A = (a, b)$$

$$A = (a, b) \cup (c, d) \dots$$

Zaporedjā

Def: Zaporedži ir mala preslika iz $\mathbb{N}$ uz $\mathbb{R}$

$$f: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$$

Ja visai $n \in \mathbb{N}$ dabūsim $f(n) \in \mathbb{R}$.

Obšējno piēsmo:

$$f(n) = a_n \quad \text{ali} \quad b_n \dots$$

$$\text{ali} \text{ pē} \quad f(n) = x_n \quad \text{ali} \quad y_n \dots$$

Obšējms zaporedži atzīmēms kā tākde:

$$\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$$

Vektorskats (nāpjēkts) ir zaporedži podams
s formāls 22 splēni iēn

Priem: $a_n = n^2$

$$\{n^2\}_{n \in \mathbb{N}}$$

Veliskatuz apredzja potams kadi tale, ka
maldens nekaj prut elenar:

$$\{n^2\}_{n \in \mathbb{N}} ; \quad \{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$$

Apredzja luhu podzjums kadi rekursivus.

To poren: n -ti elen a_n potams kat funkcija
pajsmjil elenar. $\forall$ nij enostarnajsem primers
 a_n potams s funkcija a_{n-1}

Priem:

$$a_n = 2 \cdot a_{n-1}$$

Pm kalam padzjuzjn ja tale naresti explicitus
(s skatli) usternu stentu zjetnol elenar:

Primer:

$$a_m = 2 \cdot a_{m-1}$$

$$a_1 = 3$$

S krom podatkama je zap. nataka dočeno:

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 2 \cdot 3, \quad a_3 = 2(2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3, \dots$$

$$\text{tako: } a_2 = 3 \cdot 2 \quad a_3 = 3 \cdot 2^2, \dots$$

Splāni člen:

$$\underline{a_m = 3 \cdot 2^{m-1}}$$

Vēlāk jā smēlino norīzti graf apredz;

Sprēmimo se: Graf prestāse

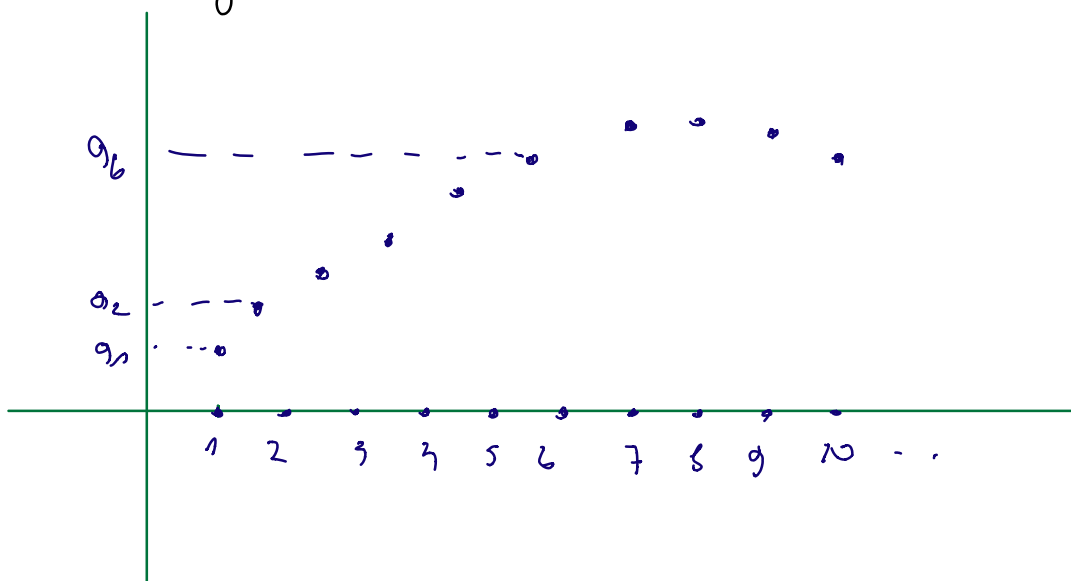
$$f: A \longrightarrow B$$

jā pādmnāzīca $\zeta_f \subset A \times B$, patēna s pāzīssim

$$\zeta_f = \{ (a, f(a)); a \in A \}$$

Nj h₀ $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ zppredj₀. Graf zppredj₀
 γ_{a_n} j₀ mmsčj₀

$$\gamma_{a_n} = \{ (n, a_n) ; n \in \mathbb{N} \} \subset \mathbb{N} \times \mathbb{R}$$



Nekaj definicij:

Def: Zppredj₀ $\{a_n\}$ j₀ mmsčj₀ j₀ce, k₀ ref₂
 $\forall n \in \mathbb{N}$

$$a_n \leq a_{n+1}$$

- strogo mmsčj₀ j₀ce:

$$a_n < a_{n+1}$$

Ėzpreolė jė pootajooė, ėe refi

$$a_n \geq a_{n+1} \quad \text{zė } \forall n \in \mathbb{N}$$

- sťrogo pedyjooė

$$a_n > a_{n+1} \quad .$$

Definicija Ėzpreolė $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ jė nortzyp onegno,
ėe ootajz sťeioo $A \in \mathbb{R}$, zė kľeio refi

$$a_n \leq A \quad \text{zė } \forall n \in \mathbb{N}.$$

Ėzpreolė $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ jė nortzol onegno, ėe
ootajz $B \in \mathbb{R}$, zė kľeio refi

$$a_n \geq B \quad \text{zė } \forall n \in \mathbb{N}.$$

Pozimo: A jė zponjz meji $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$

B jė spodyz meji $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$.

Definicija Njko $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ nazivamo omeđeno
zaporedje. **Natanično** gornju meju ali
supremum je skalar M , za kojeg vriji:

- 1.) M je gornja meja $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$
- 2.) Za $\forall \varepsilon > 0$ skalar $M - \varepsilon$ **ni** gornja meja
 $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$.

Opomba: $\bar{a}$ je M supremum za $\varepsilon > 0$, po čemu
obstoji uvijek $n_0 \in \mathbb{N}$, tako da vriji

$$a_{n_0} > M - \varepsilon$$

Njko $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ zaporedje. **Natanično** spodnju meju
ali **infimum** je skalar $m \in \mathbb{R}$, za kojeg
vrijedi

1.) m je spodnja meja

2.) Za $\forall \varepsilon > 0$ štelo $m + \varepsilon$ m je spodnja meja.

To pomeni: Če je m infimum $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, potem obstaja vsaj en $n_1 \in \mathbb{N}$, tako da velja

$$a_{n_1} < m + \varepsilon$$

Pisano tako:

$$M = \sup_{n \in \mathbb{N}} a_n$$

$$m = \inf_{n \in \mathbb{N}} a_n$$

Naslednja pomembna definicija v temni zgradbi je definicija steklišča.

Definīcija: Nij ko $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ sepe, šķēnlo
 $S \in \mathbb{R}$ j **stēkdišē** kēpe sepe, ē vef:
 ē vef $\varepsilon > 0$ in ē vef $n_0 \in \mathbb{N}$ dēstjz
 vsj eno nāzēno šķēnlo $n_1 > n_0$, tēko ē
 vefz

$$|S - a_{n_1}| < \varepsilon$$

Sepe nēdēlēs bēj kēpektno: S j **stēkdišē**
 ē vef:

ē vef $\forall \varepsilon > 0$ in $\forall n_0 \in \mathbb{N}$ dēstjz $n_1 > n_0$

$$\text{tēko ē } |S - a_{n_1}| < \varepsilon.$$

Teorēma: Nij ko S stēkdišē sepe
 $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$. Nij ko $\varepsilon > 0$ pēfēnēno nējēn
 šķēnlo, Pēlēn ē **nēstēnēno mēnēp ēdēn**
 a_n vefz

$$|S - a_n| < \varepsilon,$$

Dokaz: Izberimo poljuben $m_0 \in \mathbb{N}$. Po definiciji stekelskega dostojz $m_0 > m_0$, tako da velja

$$|S - a_{m_0}| < \varepsilon$$

Vzemimo sedaj za "pri m_0 " to novo številko m_1 . Po definiciji stekelskega dostojz vsaj en $m_2 > m_1$, tako da velja

$$|S - a_{m_2}| < \varepsilon$$

itd ..

:

$$|S - a_{m_k}| < \varepsilon$$

To se nadaljuje v neskončnost. Torej res velja

$$|S - a_n| < \varepsilon$$

2. neskončno mnogo elementov množice
zuporedljiva

Spominimo se: Množica

$$\{x \in \mathbb{R} ; |s - x| < r\}$$

je odprt interval

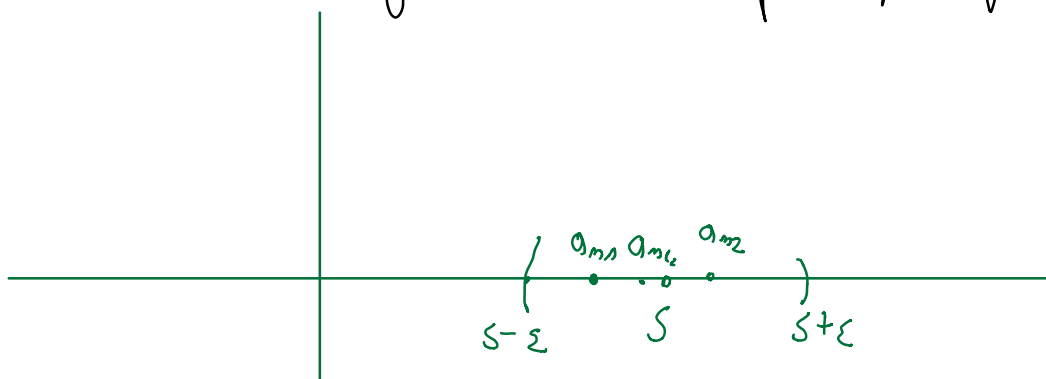
$$(s - r, s + r).$$

Torej: S je številska zuporedjica $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$,

če za vsak $\varepsilon > 0$ velja: $\forall$ intervalu

$$(s - \varepsilon, s + \varepsilon)$$

je neskončno mnogo členov množice zuporedljive



Opazujemo tudi: Če je S skolišče $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$
in $\varepsilon > 0$ poljubno majhno število. Potem v
 $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ ni zadnjega elementa, ki leži v
 $(S - \varepsilon, S + \varepsilon)$.