

Domače naloge

NALOGA 1.1. Izračunaj dvojni integral

$$\iint_D \frac{xy}{(1 + (x^2 + y^2)^2)^2} dx dy,$$

kjer je

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

REŠITEV.

NALOGA 1.2. Izračunaj volumen telesa, ki ga tvori presek dveh pravokotno, centralno se sekajočih valjev radija R .

REŠITEV.

NALOGA 1.3. Izračunaj vztrajnostni moment okoli osi z homogenega lika D , danega z

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \geq x, x^2 + y^2 \leq 2x\}.$$

REŠITEV.

NALOGA 1.4. Izračunaj vztrajnostni moment okoli osi y homogenega lika D , danega z

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \geq x, x^2 + y^2 \leq 2x\}.$$

REŠITEV.

NALOGA 1.5. Izračunaj volumen telesa, ki ga omejujejo ploskve

$$z = y^2 \quad z = \sqrt{y} \quad x = -1 \quad x - y - z = 3.$$

REŠITEV.

NALOGA 1.6. Izračunaj volumen telesa, ki ga omejujejo ploskve

$$z = y^2 \quad z = \sqrt{y} \quad x = -1 \quad x - y - z = 3.$$

REŠITEV.

NALOGA 1.7. Izračunaj maso lika

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; |x| \leq a, |y| \leq b\},$$

katerega gostota je dana z

$$\rho(xy) = (a - |x|)(b - |y|).$$

REŠITEV.

NALOGA 1.8. Izračunaj vzrajnostni moment okoli osi y homogenega lika

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; (x - p)^2 + (y - q)^2 \leq 2p^2\}.$$

REŠITEV.

NALOGA 1.9. Izračunaj površino lika D danega z

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 1 \leq xy \leq 8, 1 \leq \frac{y^2}{x} \leq 8\}.$$

(skiciraj lik D).

Nasvet: uporabi nove spremenljivke (u, v) dane z

$$u = xy \quad v = \frac{y^2}{x}.$$

REŠITEV.

NALOGA 1.10. Izračunaj volumen telesa, ki ga omejuje

$$(x^2 + y^2 + z^2)^4 = 4z^2(x^2 + y^2).$$

REŠITEV.

NALOGA 1.11. Izračunaj vztrajnostni moment okoli osi x homogenega telesa, omejenega z

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \quad 3z^2 \geq x^2 + y^2.$$

REŠITEV.

NALOGA 1.12. Naj bo D lik v ravnini, tako da je $x \geq 0$ za vsako točko $(x, y) \in D$. Naj bo telo T dobljeno tako, da lik zavrtimo okoli y -osi. Pokaži, da je volumen telesa T enak

$$2\pi \bar{x} \text{Površina}(D),$$

kjer je $\bar{x}$ abscisa masnega središča lika D .

REŠITEV.

NALOGA 1.13. Naj bo $D = [0, 1] \times [0, 1]$ in z gostoto odvisno od parametra $t \geq 0$ in sicer

$$\rho_t(x, y) = \begin{cases} 2 & ; \quad y \leq tx^2 \\ 1 & ; \quad y > tx^2 \end{cases}$$

Določi položaj masnega središča $(\bar{x}, \bar{y})$ v odvisnosti od t . Kdaj je $\bar{y}$ najmanjši?

REŠITEV.