

Jedra, kvarki in leptoni, vaje

Poglavje 2: Uporaba simetrij

1. Sipanje πp in resonanca $p\pi^+ \rightarrow \Delta(1232) \rightarrow p\pi^+$,

[skripta Golob-Kamenik, str 30-34, Perkins str 144-149]

(a) Iz izmerjene mase resonance $m_\Delta = 1232$ MeV in $J = 3/2$ določi $\sigma(E = E_R)$.

(b) Določi razmerje

$$\frac{\sigma(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p)}{\sigma(\pi^- p \rightarrow \pi^- p)}$$

pri resonančni energiji $E_{cms} = m_\Delta$. Pri tem upoštevaj je prispevke sipanja preko Δ in zanemari druge prispevke.

(c) Nariši $f_l(E) = (e^{2i\delta(E)} - 1)/(2i)$ v kompleksni ravnini: to je Argandov graf

Obravnavaj primer sipanja $\pi^+ p$ pri nizkih energijah, ko je sipanje elastično in dominira Δ . (eksperimentalen rezultat: glej Perkins str 145)

2. Določi

a)

$$\frac{\sigma(pp \rightarrow \pi^+ d)}{\sigma(np \rightarrow \pi^0 d)}$$

b)

$$\frac{\Gamma(\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(\rho^+ \rightarrow \pi^0 \pi^+)}$$

3. izospinske transformacije za antidelce

[Halzen in Martin, poglavje 2.7; Close "Introduction to quarks and partons, poglavje 2.2.1.3]

(a) Za primer rotacije v izospinskem prostoru $\vec{\theta} = (0, \theta, 0)$ pokaži da je

$$e^{-i\frac{\theta}{2}\sigma_2} = \cos\frac{\theta}{2} - i\sigma_2 \sin\frac{\theta}{2}$$

(b) Za ta primer transformacije $\vec{\theta} = (0, \theta, 0)$ pokaži, da se kot SU(2) dublet transformirajo (seveda je vsak dublet lahko pomnožen z poljubno konstanto)

$$\begin{bmatrix} (I, I_3) = (1/2, 1/2) \\ (I, I_3) = (1/2, -1/2) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -\bar{d} \\ \bar{u} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} p \\ n \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -\bar{n} \\ \bar{p} \end{bmatrix}$$

DN: Preveri to tudi za primer $\vec{\theta} = (\theta, 0, 0)$ in $\vec{\theta} = (0, 0, \theta)$.

Zdaj lahko tudi za $\bar{N}$ (N=p,n) in $\bar{q}$ (q=u,d) uporabljaš standardne Clebsch-Gordonove koeficiente.

(c) Zapiši stanja $\bar{N}N$ (N=p,n) in $\bar{q}q$ (q=u,d) z dobrim (I, I_3)

4. pojem upodobitve (ang. representation)

pojem nerazcepne upodobitve (ang. irreducible representation)

Elliot, Dawber: Symmetry in Physics, poglavje 4; skripta Golob-Kamenik, str. 39

- (a) poišči nerazcepne upodobitve za grupo $C_2 = Id, R_z(\pi/4), R_z(\pi/2), R_z(3\pi/4)$ na prostoru $L = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$
- (b) Kako deluje $U = e^{i\theta \frac{1}{2}\lambda_7}$ na stanje mezona $d\bar{s}$? Parameter θ je tu in v spodnjih primeri majhen, tako da transformacije razvijemo do najnižjega netrivialnega reda.
- (c) DN: Kako deluje $U = e^{i\theta \frac{1}{2}\lambda_4}$ na stanju $s\bar{s}$?
- (d) Pokaži, da se $u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}$ transformira samo vase glede na katerokoli transformacije $U \in SU(3)$, torej je tak mezon okusni singlet. Podobno je $r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b}$ barvni singlet oziroma barvno nevtralen: taka je barvna struktura mezonov.
- (e) Poišči nerazcepne upodobitve za grupo $SU(3)$ na 9-dimensionalnem prostoru $L = \bar{q}_i q_j$ ($q_i = u, d, s$). Dobljenima nerazcepnima upodobitvama rečemo multiplieti: dobimo eno 8-dimenzionalno (oktet) in eno 1-dimenzionalno (singlet). Poskrbi, da bodo člani multiplietov, ki imajo obliko $Au\bar{u} + Bd\bar{d} + Cs\bar{s}$, ortogonalni med seboj (v tej 9-dimenzionalni bazi).
- (f) Pokaži, da je stanje $\sum_{i,j,k} \epsilon_{ijk} q_i q_j q_k$ invariantno na vse transformacije $U \in SU(3)$, torej je tak barion singlet. Uporabi lastnost determinante $\sum_{ijk} \epsilon_{ijk} A_{pi} A_{rj} A_{sk} = \epsilon_{prs} \det(A)$ za poljubno 3×3 matriko A . Če so $(q_1, q_2, q_3) = (u, d, s)$ je to okusni singlet: tak barion je Λ_0 . Če so $(q_1, q_2, q_3) = (r, g, b)$ je to barvni singlet: taka je barvna struktura barionov, ki so vedno barvno nevtralni.
- (g) Kako deluje $U = e^{i\theta \frac{1}{2}\lambda_6}$ na stanje bariona $ddd \equiv |d\rangle_1 |d\rangle_2 |d\rangle_3$? Spodnji indeksi označujejo prvi, drugi oz. tretji delec. Ugotoviš, da je delovanje $\lambda_6(ddd)$ isto kot če bi generator λ_6 deloval na vsak delec posebej (in ostala dva pustil pri miru), vse prispevke pa se sešteje.
- (h) Zapiši barionska stanja qqq ($q = u, d, s$), ki so v istem okusnem $SU(3)$ multipletu (nerazcepni upodobitvi) kot $\Delta^{++} = uuu \equiv |u\rangle_1 |u\rangle_2 |u\rangle_3$. Dobil boš deкупlet kjer vsi člani nosijo $J^P = 3/2^+$. Zapiši tudi njihove spinske, kotne in barvne val. funkcije.
- Med stanji znotraj enega multipljeta prehajaš z $U \in SU(3)$, ali z λ_a , ali pa z $I^\mp = \frac{1}{2}(\lambda_1 \mp i\lambda_2)$, $V^\mp = \frac{1}{2}(\lambda_4 \pm i\lambda_5)$, $U^\mp = \frac{1}{2}(\lambda_6 \pm i\lambda_7)$ [včasih se definicije glede $V^\pm$, $U^\pm$ razlikujejo glede predznakov; tu uporabljamo definicijo po skripti Golob-Kamenik]. To so analogi operatorjev $J^\pm$, ki dvigujejo oz. spuščajo tretjo komponento spina v $SU(2)$.
- V približku, kjer je okusna $SU(3)$ dobra simetrija, se člani multipljeta razlikujejo le v okusnem delu valovne funkcije. Stanje uuu zahteva, da je celotna val. funkcija antisimetrična na zamenjavo dveh delcev. V približku $SU(3)$ simetrije ta zahteva tako vpliva tudi na vse druge člane multipljeta. Preveri kakšna je okusna simetrija Σ^{*-} na zamenjavo delcev 1 in 2.
- (i) Zapiši člane okusnih multiplietov z okusom dds : dobiš popolnoma simetrično stanje Σ^{*-} [$p(S)$ simetrično na vse zamenjave parov], in dva z mešano simetrijo $p(M_S)$ [simetrično na zamenjavo $1 \leftrightarrow 2$] in $p(M_A)$ [anti-simetrično na zamenjavo $1 \leftrightarrow 2$].
- (j) DN: Z ugibanjem, ali z operatorji dviganja in spuščanja lahko tvoriš še druge člane okusnega okteta $p(M_S)$, ter druge člane okusnega okteta $p(M_A)$.
- (k) Ko imamo dva okusna okteta $p(M_S)$ in $p(M_A)$, moramo za zapis fizikalnega bariona najti še take kombinacije, ki ustrezajo Fermijeveemu zlatemu pravilu. Kot primer zapiši celotne valovno funkcijo Σ^- z $J^P = 1/2^+$ in $J_3 = +1/2$ (okusni, spinski in barvni del valovne funkcije).
- (l) DN: Zapiši okusni, spinski in barvni del valovne funkcije protona in nevtrona (skripta Studen).
- (m) Izračunaj pričakovano vrednost magnetnega momenta za dobljen barion Σ^- . Operator magnetnega momenta za kvark je $\hat{\mu}_q = (g_s Q_q \hbar / 2m_q) \hat{S}_q^3$, kjer je spinsko giromagnetno razmerje $g_s = 2$ za elementaren Dirakov fermion z spinom $s = 1/2$ (elektron ali kvark).