

1. kolokvij Analiza 3

4. december 2020

Naloga 1 (20 točk). Poišči splošno rešitev enačbe

$$y' + y = x^2 + 2.$$

Naloga 2 (25 točk). Poišči splošno rešitev enačbe

$$xy'^3 - yy'^2 + 1 = 0.$$

Ali ima enačba tudi singularno rešitev? Če jo ima, jo poišči.

Naloga 3 (25 točk). Poišči kak prvi integral enačbe

$$x^2y(ydx + xdy) = 2ydx + xdy.$$

Namig: dokaži, da se z uvedbo nove spremenljivke $s = xy$ enačba prevede na Bernoullijevo in jo reši.

Naloga 4 (30 točk). Podana je Cachyjeva naloga

$$y' = (x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}, \quad y(x_0) = y_0, \quad (x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2.$$

- a) (10 točk) Dokaži, da ima spodnja Cauchyjeva naloga enolično določeno zvezno odvedljivo rešitev.
- b) (15 točk) Dokaži, da je rešitev iz prejšnje točke definirana za vse $x \in \mathbb{R}$.
- c) (5 točk) Ali obstaja limita $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x)$? **Namig:** izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}e^x.$$