

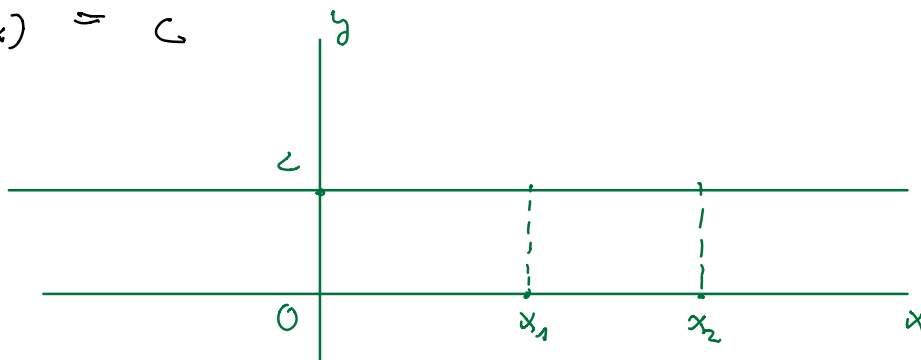
Funkcijs - nädalajärvi 2

Elementaarse funktsiooni:

1.) Konstantne funktsioon:

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto c$$

$$f(x) = c$$



$$g_f = \{ (x, c); x \in \mathbb{R} \}.$$

2. Lineaarne funktsioon.

Lineaarne funktsioon

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

je podana s predpisom:

$$f(x) = kx + m$$

linearna funkcija dolžna koeficienta (parametra)
 k in m .

Tukaj opazimo:

$$f(0) = m \quad (0 \cdot k + m = m)$$

m nam pove, kolikšna je vrednost $f(x)$ pri $x=0$

Vidimo tudi:

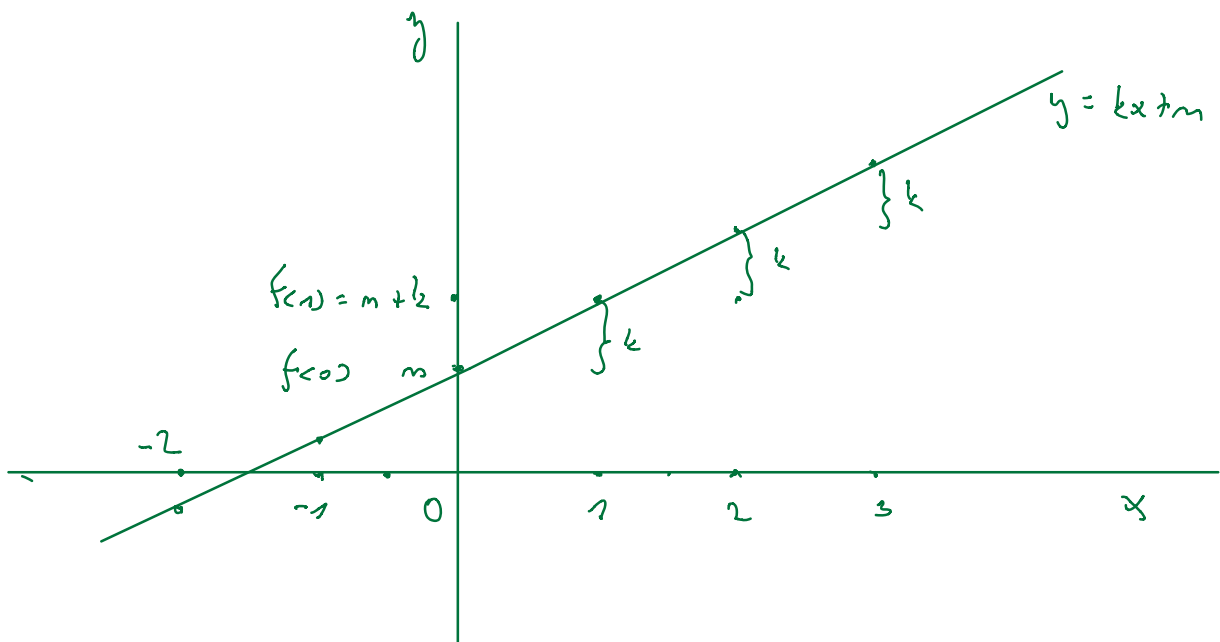
$$\begin{aligned} f(x+1) &= k(x+1) + m = \\ &= kx + k + m = \\ &= \underbrace{kx + m}_{f(x)} + k = \\ &= f(x) + k \end{aligned}$$

$$f(x+1) = f(x) + k$$

k nezavisno spremenljivk povečamo za 1,
se odvisna poveča za k .

k lahko imenujemo **krak** lineare funkcije

Graf linearne funkcije

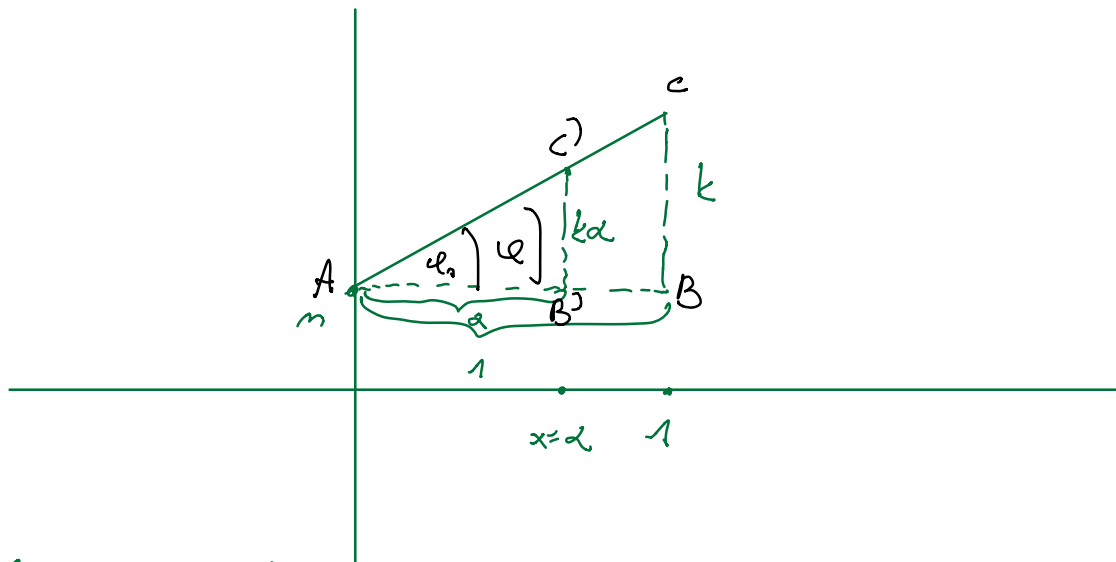


$$f(x-1) = k(x-1) + m = kx + m - k = f(x) - k$$

Dominanca: graf linearne funkcije je premica

brezkrat sva videla, da vse točke oblike

$(l, f(l))$ $l \in \mathbb{Z}$ ležijo na eni sami premici. Koles pa je 4 ravninski točkami.



$$f(x=\alpha) = f(\alpha) = \alpha k + m$$

Redzams: Redziet $\frac{\alpha k}{k}$ un $\frac{k}{1}$ šķērsenā
(ensli šķērs k).

- Tātad: Ir trijstūris ABC un $AB'C'$ redz:
1. Abi šķērsi paralēli.
 2. Redzamais katrs priekšmets ir vienāds.

Tātad mērojam, ka šķērs ABC un $AB'C'$ ir vienādi
trijstūri. Tātad šķērs katrs

$\triangle ABC$ un $\triangle AB'C'$ ir vienādi.

Tātad: Dabiski AC un AC' ir vienādi un ir tieši vienādi.

To je pravda: Točki $(x, f(x))$ in $(1, f(1))$ ležita na isti premici. Število x je bilo posredu poskušano izbrano. Trej vse točke

$$(x, f(x))$$

ležijo na isti premici - ki je graf ℓ_f naše linearne funkcije.

Torej. ℓ_f je premica, ki seka ordinatno os v točki $(0, n)$ in ima naklon k .

$$k > 0 \Rightarrow f(x) \text{ narašča}$$

$$k < 0 \Rightarrow f(x) \text{ pada}$$

$$k = 0 \Rightarrow f(x) = n \text{ - konstantna funkcija.}$$

3. Potence

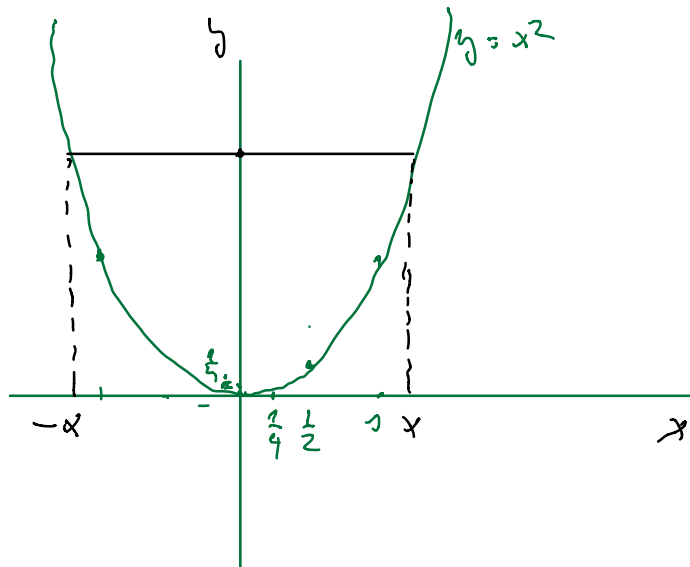
$$f(x) = x^2, \quad f(x) = x^3, \quad \dots \quad f(x) = x^n, \quad \dots$$

Graphs of the functions $y = x^2$ and $y = x^3$

$$f(x) = x^2$$

x	$f(x)$	x	$f(x)$
0	0	-1	1
1	1	-2	4
2	4	-3	9
3	9		

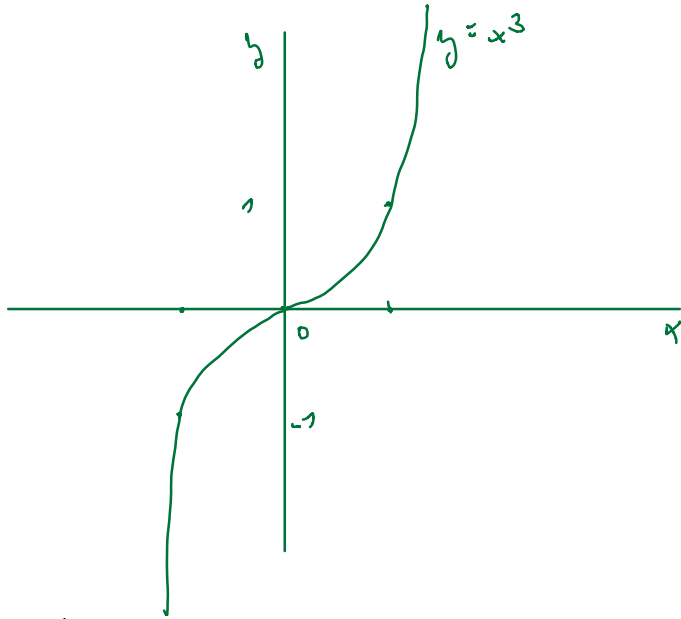
x	$f(x)$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$



$$f(x) = x^3$$

x	$y = f(x)$
0	0
1	1
2	8
3	27

x	$y = f(x)$
-1	-1
-2	-8
-3	-27



sode polinome : $f(x) = x^{2n}$ $n \in \mathbb{N}$ so

sode funkcije:

Definicija: Funkcija

$$f: A \longrightarrow \mathbb{R}$$

in intervalu $A = [-a, a]$ je sode funkcija, to

znači važi: $f(-x) = f(x)$

Funkcija $f: A \longrightarrow \mathbb{R}$

je lična funkcija to znači važi

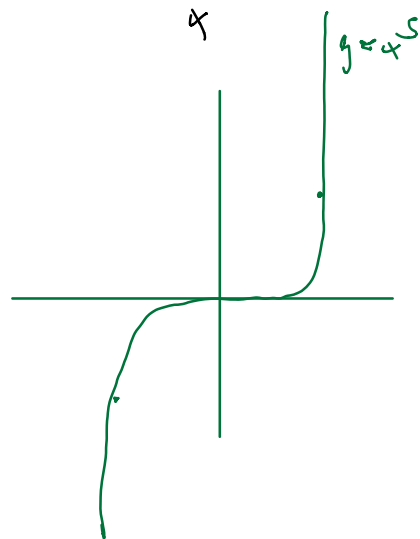
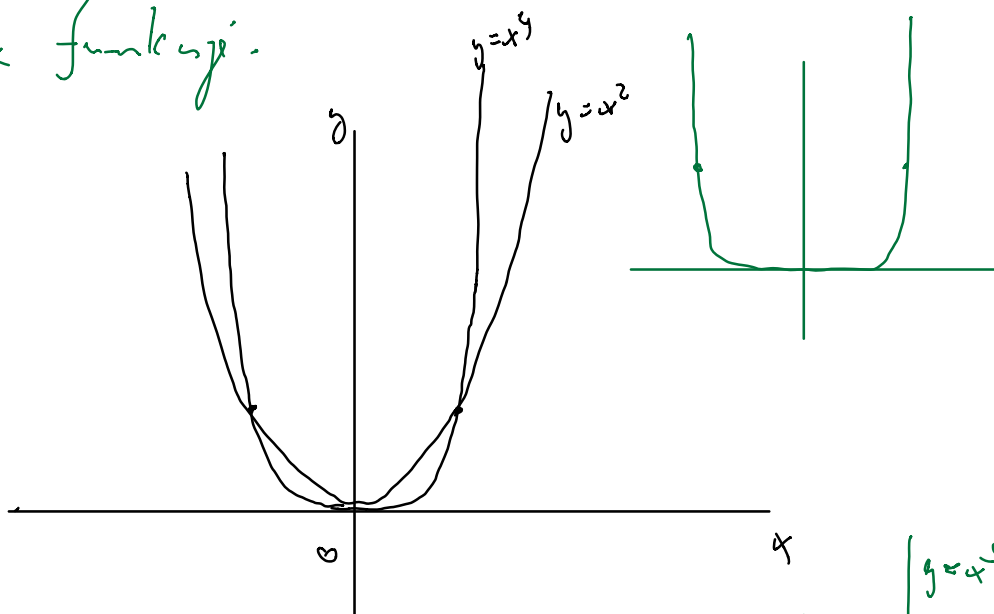
$$f(-x) = -f(x).$$

Ņērtas šo funkciju robe

$$f(x) = x^{2n-1} \quad n \in \mathbb{N}$$

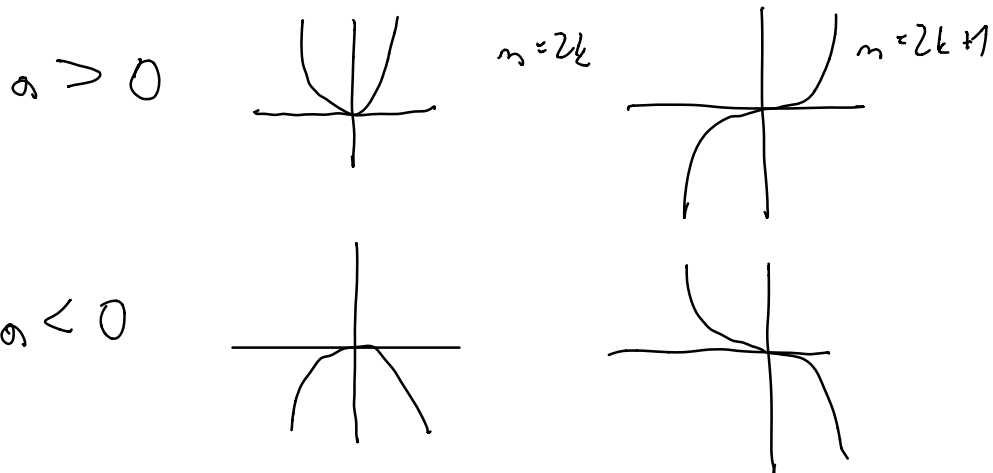
šo līkx funkcij.

$$f = x^{2n}$$



Potences līkx mērožums z reālajiem koeficienti.

$$f(x) = a x^n \quad a \in \mathbb{R} \quad a \neq 0$$

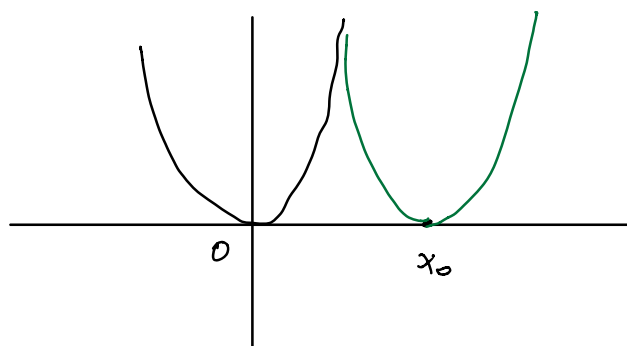


Večji, a je po absolutni vrednosti a , bolj strm je graf funkcije.

Polene lahko tudi translatiramo v x -smeni in v y -smeni.

Translacija v x -smeni

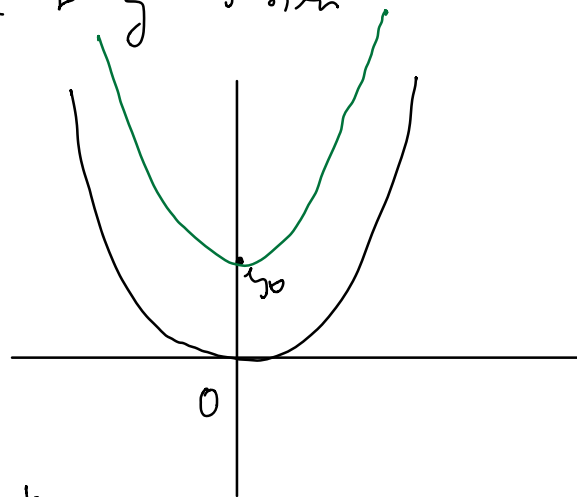
$$f(x) = x^m \quad \rightsquigarrow \quad \tilde{f}(x) = (x - x_0)^m$$



Temel: $(x_0, 0)$

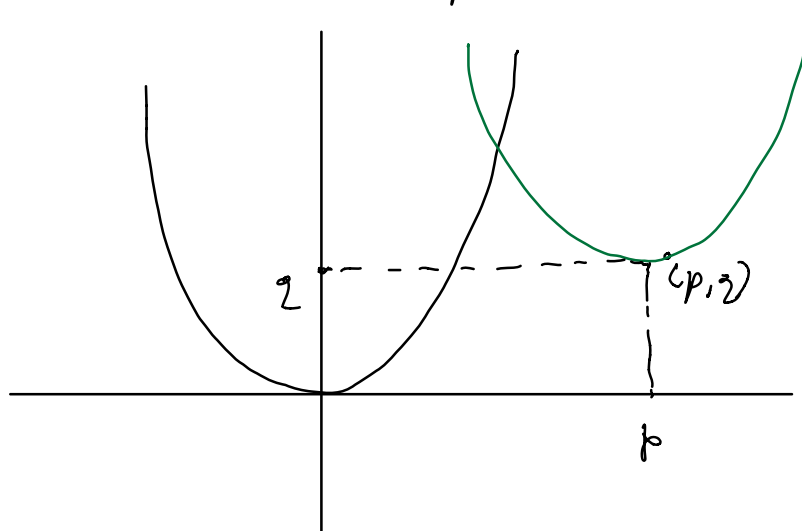
Veľký: $\tilde{f}(x_0) = f(0)$

Translácia v y -smere



$\tilde{f}(x) = x^2 + y_0$

Funkcia (potencia) ako translácia v oboch smeroch: Izolujúce premietanie v bode (p, q)



Vemo: kvadratna funkcija oblike

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

obliko kot kvadratna funkcija

$$g(x) = ax^2$$

iz primeren vektor (p, q) . (Izhodišče premaknemo
v točko (p, q) iz vsake točke (x, y) premaknemo

v točko

$$(x, y) + (p, q) = (x + p, y + q)$$

4.7 Polinomi

Definicija Polinom stopnje n je funkcija

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},$$

podan s polinomom

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Pri tom so $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ polárne reálne čísla
 in $a_n \neq 0$. Čísla a_k $k=0, 1, \dots, n$ sa menujú
 koeficienti polynómu.

Definícia Nulová funkcia

$$f: A \longrightarrow \mathbb{R}$$

je taká x_0 na x -osi, že kačén reljz:

$$f(x_0) = 0.$$

Tezema Nj ko

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

polynómu stupnja n . Tečj inč $f(x)$ njreč
 n mčel.

Dokaz: Spomín a občerjz polynómu.

Nj ko $g(x)$ polynómu stupnja $m < n$. Tečj
 občerjz polynómu $q(x)$ in $r(x)$, takz

Def 2:

$$f(x) = q(x) \cdot g(x) + r(x)$$

in $\deg(r(x)) < \deg(g(x))$.

Opomba:

Druge zapisano:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = q(x) + \frac{r(x)}{g(x)}$$

Polinom $r(x)$ se imenuje ostanek pri deljenju ($g(x)$ pa je kvocient), če je $r(x) = 0$, puzimo, da se deljenje izide.

Naj bo seznam $x_1 \in \mathbb{R}$ ničel polнома $f(x)$

$$f(x_1) = 0.$$

Deljenje $f(x)$ z $(x - x_1)$ nam da:

$$f(x) = g_1(x) (x - x_1) + r(x) \quad *$$

$$\text{st}(r(x)) < \text{st}(x - x_1) < 1 \Rightarrow \text{st}(r(x)) = 0.$$

Torej $r(x) = c$ - nekaj konstanta. Sedaj pa

izvedemo:

$$f(x_1) = \overset{0}{g_1(x_1)} (\overset{0}{x_1 - x_1}) + r$$

$\in V$ * smo vsaki $x = x_1$

$$\text{Dobimo: } 0 = g_1(x_1) \cdot 0 + r \Rightarrow r = 0$$

Torej:

$$f(x) = g_1(x) (x - x_1)$$

Pri tem je seveda $\text{st}(g_1(x)) = n - 1$.

Postopek nadaljujemo. Mi je x_2 tudi nič $f(x)$. Dobimo:

$$f(x_2) = g_1(x_2) (x_2 - x_1)$$

$\underset{0}{\parallel}$
 $\quad \quad \quad \uparrow \quad \text{to} \quad x_2 \neq x_1$
 $\underset{0}{\parallel}$

Tedy: $g_1(x_2) = 0$, x_2 je ničel $g_1(x)$.

zato:

$$g_1(x) = g_2(x)(x - x_2)$$

Ita...

Nz koniec dlina: $\widehat{G}$ ima $f(x)$ m-nícel,
je $f(x)$ dle:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) \cdots (x - x_m).$$

$\widehat{G}$ odpoveda vľavý m-krát, dle m
desi polinom stupij m. Tzj moz vľati
 $m = m$.

$f(x)$ ima tzej m-krát m nícel.

Videlijz bomo. $\widehat{G}$ se omajúno na vľavú stránu
in dopúšajúno le vedne nícel, potom ima $f(x)$
bilo manij ko m nícel.