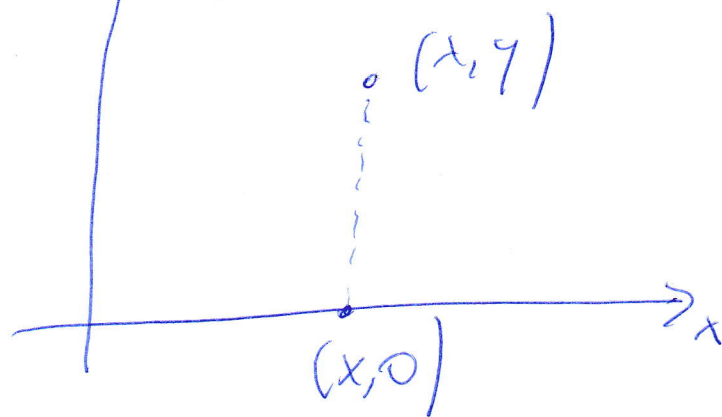


Projekcija na x-os



$$L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$(x, y) \mapsto (x, 0)$$

To je linearna preslikava

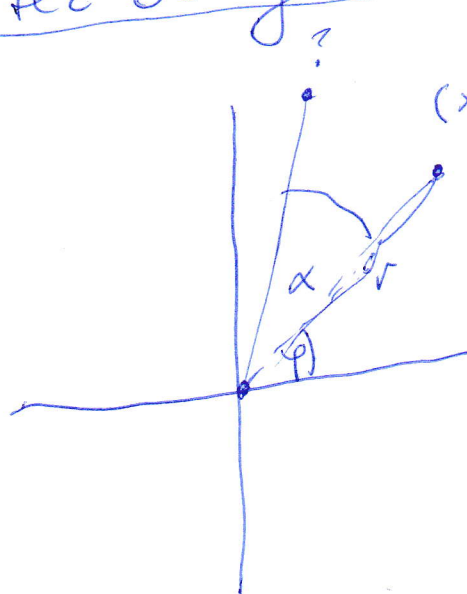
$$L(\alpha_1(x_1, y_1) + \alpha_2(x_2, y_2)) \stackrel{?}{=} \alpha_1 L(x_1, y_1) + \alpha_2 L(x_2, y_2)$$

$$L(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2, \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2) \quad \alpha_1(x_1, 0) + \alpha_2(x_2, 0)$$

$$L(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2, \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2) \quad (\alpha_1 x_1, 0) + (\alpha_2 x_2, 0)$$

$$(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2, 0) = (\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2, 0)$$

Vrtež okrog izhodišča



$$(x, y) = (r \cos \varphi, r \sin \varphi)$$

$$x = r \cos \varphi$$

$$y = r \sin \varphi$$

$$\begin{aligned} ? &= (r \cos(\varphi + \alpha), r \sin(\varphi + \alpha)) \\ &= (\overbrace{r \cos \varphi}^x \cos \alpha - \overbrace{r \sin \varphi}^y \sin \alpha, \\ &\quad \overbrace{r \sin \varphi}^y \cos \alpha + \overbrace{r \cos \varphi}^x \sin \alpha) \\ &= (x \cos \alpha - y \sin \alpha, x \sin \alpha + y \cos \alpha) \end{aligned}$$

- Vrtež za kot α (o krogu izhodišča)
je torej preslikava

$$L(x, y) = (x \cos \alpha - y \sin \alpha, x \sin \alpha + y \cos \alpha)$$

Zakaj je ta preslikava linearna?

$$L(\alpha_1(x_1, y_1) + \alpha_2(x_2, y_2))$$

$$= L(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2, \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2)$$

$$= \left((\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2) \cos \alpha - (\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2) \sin \alpha, \right. \\ \left. (\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2) \sin \alpha + (\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2) \cos \alpha \right)$$

$$= \left(\alpha_1 x_1 \cos \alpha - \alpha_1 y_1 \sin \alpha, \alpha_1 x_1 \sin \alpha + \alpha_1 y_1 \cos \alpha \right) \\ + \left(\alpha_2 x_2 \cos \alpha - \alpha_2 y_2 \sin \alpha, \alpha_2 x_2 \sin \alpha + \alpha_2 y_2 \cos \alpha \right)$$

$$= \alpha_1 (x_1 \cos \alpha - y_1 \sin \alpha, x_1 \sin \alpha + y_1 \cos \alpha) \\ + \alpha_2 (x_2 \cos \alpha - y_2 \sin \alpha, x_2 \sin \alpha + y_2 \cos \alpha)$$

$$= \alpha_1 L(x_1, y_1) + \alpha_2 L(x_2, y_2)$$

- Skupna posplošitev obeh primerov
Naj bo F neko polje in $m, n \in \mathbb{N}$

Definicija preslikave

$$L: F^n \rightarrow F^m$$

$$L(x_1, \dots, x_n) = (\alpha_{1,1}x_1 + \dots + \alpha_{1,n}x_n, \dots, \alpha_{m,1}x_1 + \dots + \alpha_{m,n}x_n)$$

kjer $\alpha_{i,j} \in F$

Kratek račun pokaže, da je to linearna preslikava (za vsako izbiro $\alpha_{i,j}$)

Definicija preslikave L lahko zapišemo v matrični obliki

$$L \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \dots & \alpha_{1,n} \\ \vdots & & \vdots \\ \alpha_{m,1} & \dots & \alpha_{m,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

še krajše

$m \times n$ matrika
mod F

$$Lx = Ax, \text{ kjer } A \in M_{m,n}(F)$$

Opomba: Pokazati bomo, da je vsaka linearna preslikava iz F^n v F^m take oblike,

• Zakaj je kompozitum dveh linearnih preslikav spet linearna preslika

$$U \xrightarrow{L} V \xrightarrow{K} W$$

$$\searrow \text{KoL} \nearrow$$

$$(KoL)(\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2) \stackrel{?}{=} \alpha_1 (KoL)u_1 + \alpha_2 (KoL)u_2$$

// def 0

$$K(L(\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2))$$

// lin L

$$K(\alpha_1 L u_1 + \alpha_2 L u_2)$$

// lin K

$$\alpha_1 (KoL)u_1 + \alpha_2 (KoL)u_2$$

// def 0

$$\alpha_1 K(Lu_1) + \alpha_2 K(Lu_2)$$

Torej je tudi kompozitum dveh linearnih izomorfizmov spet linearen izomorfizem:

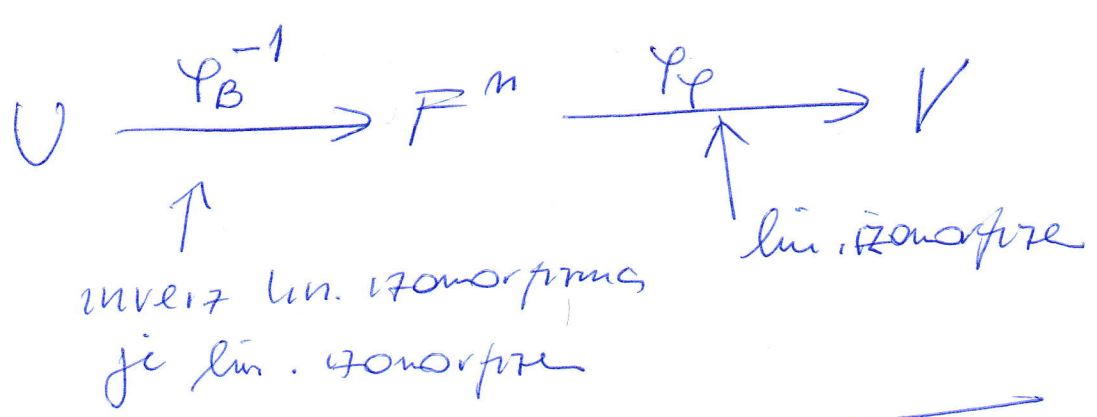
†: Katerekoli dva n -razsema vektorska
 prostora nad F sta linearno izomorfna

P: Recimo, da sta U in V n -razsema up. nad F .

Čaj bo B baza za U in C baza za V

• Potem imamo linearna izomorfizma

$$\varphi_B : F^n \rightarrow U \quad \text{in} \quad \varphi_C : F^n \rightarrow V$$



Kompozitum dveh linearnih
 izomorfizmov je linearen izomorfizem.