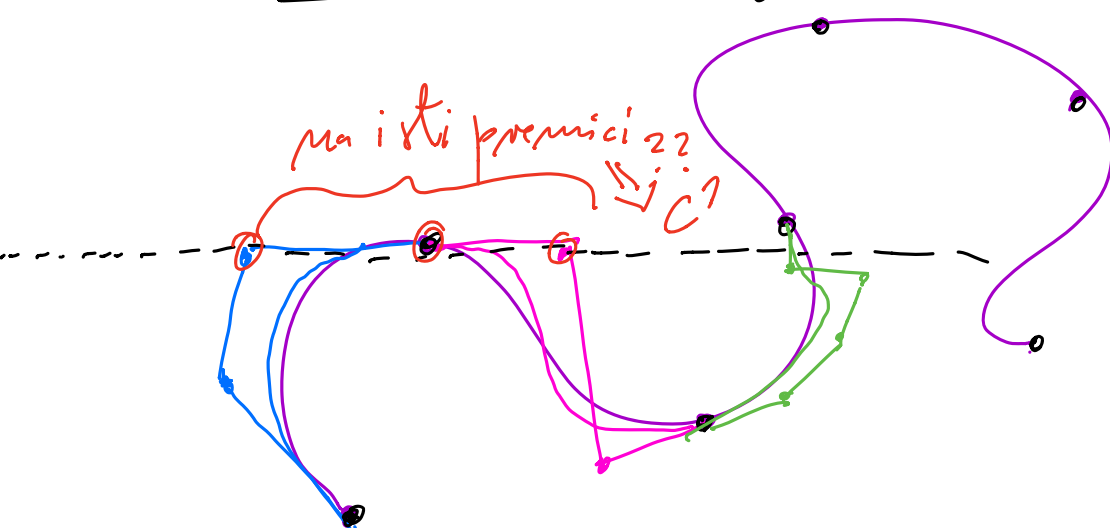


Zlepki Bézierjevih krivulj



Ideja: Prvotno krivuljo razdelimo na segmente in namega od njih aproksimiramo z eno Bézierjevo krivuljo. Tako dobimo zlepke Bézierjevih krivulj.

Zlepki je C^k zvezni, če ima zvezni neli od reda do reda k .

Omejimo se na zlepke dveh krivulj!

Naj bo $\gamma: [\mu_0, \mu_2] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\mu_0 < \mu_1 < \mu_2$,

za katero je $\gamma|_{[\mu_0, \mu_1]}$ Bézierjeva

krivulja s kontrolnimi točkami in
 $b_0, b_1, \dots, b_m \in \mathbb{R}^2$

$\gamma|[\mu_1, \mu_2]$ Bézierjeva krivulja s kontrolnimi točkami $c_0, c_1, \dots, c_m \in \mathbb{R}^2$.

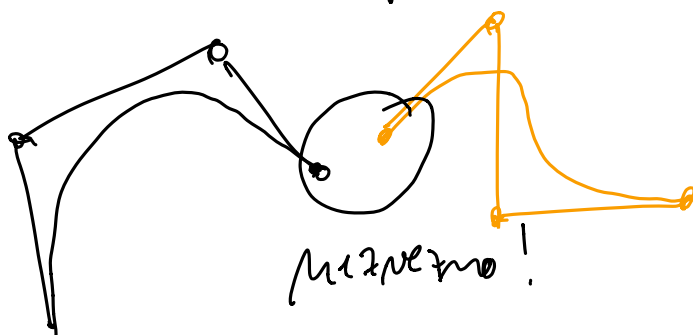
Parametru $\mu \in [\mu_0, \mu_2]$ rečemo globalni parameter. Definiramo še lokalne parametre:

$$A = \frac{\mu - \mu_0}{\mu_1 - \mu_0} = \frac{\mu - \mu_0}{\Delta \mu_0} \in [0, 1]$$

$$A = \frac{\mu - \mu_1}{\mu_2 - \mu_1} = \frac{\mu - \mu_1}{\Delta \mu_1} \in [0, 1]$$

Kaj morajo izpolnjevati kontrolne točke, da bo zlepek γ naj zveznejši?

Vesfati mora: $b_m = c_0$ C^0 zveznost ali C zveznost.



Kaj pa če želimo, da je γ C^1 zvezna?

Vsehalov morajo točke $b_{m-1}, b_m = c_0, c_1$

ležati na isti premici!

Vedati mora: $\frac{d\gamma}{du}(\mu_1 - 0) = \frac{d\gamma}{du}(\mu_1 + 0)$

$$\frac{d\gamma}{du}(\mu_1 - 0) = 2$$

$$b(t) = \sum_{j=0}^m B_j^m(t) b_j, \quad A = \frac{\mu - \mu_0}{\Delta u_0}$$

$$c(t) = \sum_{j=0}^m B_j^m(t) c_j, \quad A = \frac{\mu - \mu_1}{\Delta u_1}$$

$$\frac{d\gamma}{du}(\mu_1 - 0) = \frac{db}{dt}(1) \cdot \frac{dt}{du}$$

$$= m \cdot (b_m - b_{m-1}) \cdot \frac{1}{\Delta u_0}$$

$$\frac{d\gamma}{du}(\mu_1 + 0) = \frac{dc}{dt}(0) \cdot \frac{dt}{du} = m(c_1 - c_0) \cdot \frac{1}{\Delta u_1}$$

b_m

$$\Rightarrow \cancel{\mu} (b_m - b_{m-1}) \frac{1}{\Delta u_0} = \cancel{\mu} (c_1 - c_0) \frac{1}{\Delta u_1}$$

$$c_1 = b_m + \frac{\Delta u_1}{\Delta u_0} (b_m - b_{m-1}) \parallel \underline{\underline{C^1_{\text{Zurzeit}}}}$$

$$\underline{C^2_{\text{Zurzeit}}} : \frac{d^2 r}{dn^2} (\mu_1 - 0) = \frac{d^2 r}{du^2} (\mu_1 + 0)$$

$$\frac{d^2 r}{dn^2} (\mu_1 - 0) = \frac{d}{dn} \left(\frac{dr}{dn} \right) (\mu_1 - 0)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dn} \left(\frac{db}{dt}(A) \cdot \frac{dt}{dn} \right) =$$

$$= \frac{d^2 b}{dt^2}(A) \cdot \frac{dt}{dn} \frac{dt}{dn}$$

$$= \left(\frac{dt}{dn} \right)^2 \frac{d^2 b}{dt^2}(A)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(\Delta u_0)^2} (b_m - 2b_{m-1} + b_{m-2}) n(n-1)$$

$$\parallel \underline{\underline{C^1_{\text{Zurzeit}}}} \parallel \underline{\underline{b_m}}$$

$$= \frac{1}{(\Delta u_1)^2} n(n-1)(c_2 - 2c_1 + c_0)$$

$$\Rightarrow c_2 = \dots$$

Ko želimo zgraditi zlepek $\mathcal{R}$, potrebujemo delilne točke $\mu_0 < \mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_N$.

Vsaka izbira $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_N$ mi da nek
 nov zlepek $\mathcal{R}$.

Pogoste izbire:

- ① μ_j izberemo enakomerno
- ② Če točke, skozi katere naj potuje robot, označimo s p_j , potem lahko izberemo: $\mu_0 = 0$,

$$\mu_{j+1} = \mu_j + \|p_{j+1} - p_j\|_2 \dots$$

tetivna parametrizacija

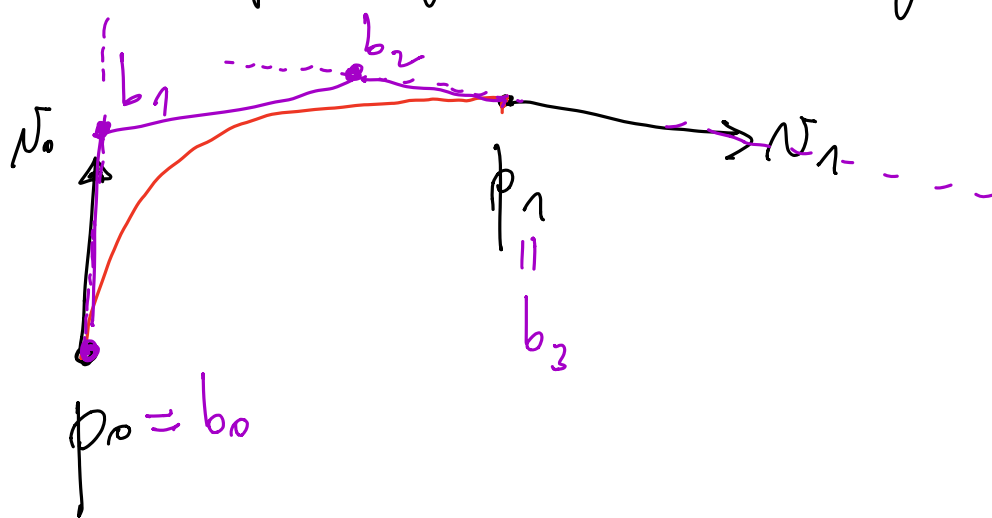
Možna so tudi druge izbire:

$$\mu_{f+1} = \mu_f + \|\rho_{f+1} - \rho_j\|_2^2; 0 \leq \alpha \leq 1$$

V praksi se izkaže, da je zmanjšanje

centripetalne parametrizacije: $\alpha = 1/2$.

C^1 interpolacija z Bézierjevo kravo



Najmanjša možna stopnja je $n = 3$:

$$b(t) = \sum_{j=0}^3 B_j^3(t) b_j$$

$$b'(0) = N_0$$

$$b'(0) = 3(b_1 - b_0) = N_0$$

$$\boxed{b_1 = b_0 + \frac{1}{3} N_0}$$

$$b'(1) = N_1$$

$$b'(1) = 3 \cdot (b_3 - b_2) = N_1$$

$$\boxed{b_2 = b_3 - \frac{1}{3} N_1}$$

Računavanje vrednosti $b(t)$!

$$b(t) = \sum_{j=0}^m B_j^m(t) b_j$$

Naj bo t nekih: $t_1, t_2, \dots, t_n \in [0, 1]$

$$b_j = \begin{pmatrix} x_j \\ y_j \end{pmatrix} \Rightarrow b_c = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \dots & x_m \\ y_0 & y_1 & \dots & y_m \end{bmatrix}$$

$$b(t_1) = \sum_{j=0}^m B_j^m(t_1) b_j$$

$$= \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \dots & x_m \\ y_0 & y_1 & \dots & y_m \end{bmatrix} *$$

$$\begin{bmatrix} B_0^m(t_1) \\ B_1^m(t_1) \\ \vdots \\ B_m^m(t_1) \end{bmatrix}$$

To lahko naredimo za vsa $t_k, k=1, \dots, w$,
 hvati

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \dots & x_n \\ y_0 & y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} B_0^n(t_1) & B_0^n(t_2) & \dots & B_0^n(t_w) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ B_n^n(t_1) & B_n^n(t_2) & \dots & B_n^n(t_w) \end{bmatrix}$$