

MATEMATIKA 1

3. obvezna domača naloga

Rokopis rešenih nalog oddajte asistentu na vajah ali ga pustite za asistenta pri receptorki na Jadranski 21, najkasneje do ponedeljka, 3. aprila 2017. Na izdelke ne pozabite napisati imena, priimka in vpisne številke. Oddana domača naloga je pogoj za pristop k tretjemu kolokviju.

(1) Izračunaj odvode naslednjih funkcij:

(a) $f(x) = \frac{x}{1+x^2},$

(b) $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x},$

(c) $f(x) = \arctan \frac{1}{\sqrt[3]{x}},$

(d) $f(x) = (2x - 1) \ln \frac{x}{1-x},$

(e) $f(x) = \arcsin(\sqrt{1-x^2}),$

(f) $f(x) = \sqrt{x}.$

(2) Krivulja je podana z enačbo

$$e^{xy} + \ln y = x.$$

Poišči enačbo tangente na krivuljo v presečišču krivulje z y -osjo.

(3) Poišči presečišče tangent na graf funkcije $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ v obeh točkah, v katerih graf seka premico $2y - 1 = 0$. Pod kakšnim kotom se sekata tangenti?

(4) Poišči tisto normalo na graf funkcije $g(x) = x \ln(x)$, ki je pravokotna na premico z enačbo $2x - 2y - 3 = 0$.

(5) S pomočjo diferenciala oceni vrednosti:

(a) $\cos\left(\frac{2\pi}{9}\right),$

(b) $\ln\left(\sqrt{\sin(-0.05) + 0.95}\right).$

(6) Pokaži, da je funkcija $f(x) = x^2 \arctan(x)$ strogo naraščajoča na celotnem svojem definicijskem območju.

(7) Poišči največjo in najmanjšo vrednost funkcije

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$$

na intervalu $[-2, 2]$.

(8) Poišči in klasificiraj vse lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = x^2 e^{-x}.$$

(9) Poišči tisto točko na grafu funkcije

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2},$$

ki je najbližja koordinatnemu izhodišču.

(10) Tovarna izdeluje konzerve s prostornino 500ml v obliki pokončnega valja. Kakšno mora biti razmerje med polmerom in višino valja, da bo poraba pločevine pri izdelavi konzerv najmanjša.

(11) Izračunaj limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\tan(x))}{\sin x - \cos x},$

(b) $\lim_{x \searrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$

(12) Določi definicijsko območje, ničle, lokalne ekstreme, intervale naraščanja in padanja, asimptote in čimbolj natančno nariši graf funkcije

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}.$$

(13) Določi definicijsko območje, ničle, lokalne ekstreme, intervale naraščanja in padanja, intervale konveksnosti in konkavnosti in asimptote ter čimbolj natančno nariši graf funkcije

$$g(x) = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$$

(14) Izračunaj integrala:

(a) $\int \frac{\sqrt{\arctan x}}{1+x^2} dx,$

(b) $\int x \ln(1+x) dx.$