

1. Katera od naslednjih zaporedij so grafovska? Za vsako zaporedje, ki je grafovsko, poiščite tudi graf s takšnim zaporedjem stopenj.

- (a) $(6, 5, 5, 4, 3, 3, 2, 2, 2)$
- (b) $(5, 5, 4, 3, 3, 3, 2)$
- (c) $(7, 6, 6, 5, 3, 3, 2, 1, 1)$
- (d) $(5, 3, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1)$

2. Za katere n, k , kjer je $k < n/2$, je posplošen Petersenov graf $G_{n,k}$ dvodelen?

3. Nariši graf hiperkocke Q_n za $n = 2, 3, 4$. Kakšen je premer (diameter) hiperkocke Q_n ? Koliko povezav ima Q_n ? Ali Q_n vsebuje $K_{3,2}$ kot podgraf? Ali so hiperkocke Q_n dvodelni grafi?

4. Naj bo G dvodelen regularen graf z vsaj eno povezavo. Dokaži, da sta množici dvodelnega razbitja grafa G enako močni.

5. Naj bo $\text{Circ}(n; \{s_1, \dots, s_k\})$ krožni graf za neke $n, s_1, \dots, s_k$. Ali je za n lih graf lahko dvodelen? Ali je za n sod, $s_1, \dots, s_k$ lihi graf vedno dvodelen?

6. Koliko povezanih komponent ima krožni graf $\text{Circ}(n; \{s, n-s\})$?

7. Graf Hanojskega stolpa H_n je graf, katerega vozlišča so dovoljena stanja v igri Hanojskega stolpa s tremi nosilci in n diski. Dve stanji sta povezani, če lahko naredimo premik diska iz enega v drugega. Nariši H_1, H_2 . Določi število vozlišč, povezav in premer H_n !

Domača naloga

8. Poiščite komplement grafa $G = (V, E)$, kjer je $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ in $E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}\}$. Koliko povezav ima komplement grafa G z n vozlišči in m povezavami.

9. Naj bo $G = (V, E)$ enostaven graf. Pokažite, da je tedaj G povezan ali pa je povezan njegov komplement.

10. Dokaži:

- (a) Vsak k -regularen graf z ožino 4 ima vsaj $2k$ vozlišč.
- (b) Vsak k -regularen graf z ožino 5 ima vsaj $k^2 + 1$ vozlišč.

11. Naj bo $G = (V, E)$ povezan graf. Povezava $e \in E$ je *most*, če $G \setminus \{e\}$ ni več povezan. Pokažite: če ima G most, potem ima vsaj dve vozlišči lihe stopnje.

12. Dokaži, da je ožina grafa G ni večja od $2\text{diam}(G) + 1$.

13. Poišči premer grafa šahovskega konja L_n .