

1. kolokvij iz Matematike 1

1. marec 2021

Veliko uspeha!

1. naloga (25 točk)

Določi vsa stekališča zaporedja

$$a_n = e^{\sin \frac{n\pi}{2}} - \left(\frac{n^2 + 1}{n^2 + 2} \right)^{(-1)^n n^2 + 2n}.$$

2. naloga

Zaporedje je podano z začetnim členom $a_1 = a > 0$ in rekurzivno zvezo

$$a_{n+1} = 1 + \frac{a_n^2}{4}.$$

a) (18 točk) Ugotovi ali zaporedje konvergira za $a = 1$ in v primeru konvergence določi še limito $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$. Vse sklepe natančno utemelji.

b) (7 točk) Grafično preveri konvergenco za poljuben $a > 0$.

3. naloga

a) (10 točk) Ugotovi ali konvergira vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2 8^n}.$$

b) (15 točk) Obravnavaj konvergenco in absolutno konvergenco vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{(-1)^n n^s}$$

glede na parameter $s \geq 0$.

4. naloga

Dana je funkcija

$$f(x) = \frac{4x^2 - 36}{x^2 - 2x - 8}.$$

a) (15 točk) Skiciraj graf funkcije f .

b) (10 točk) Naj bo $g(x) = \arctg(\ln f(x))$. Določi definicijsko območje funkcije g in skiciraj njen graf.