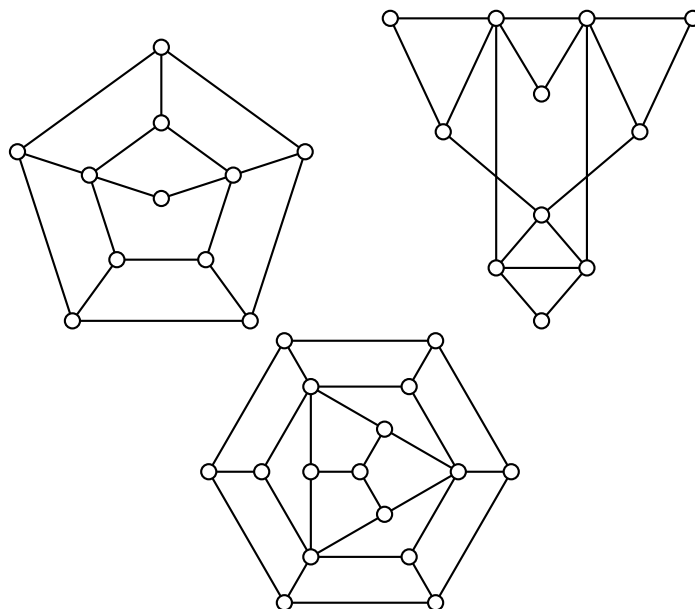
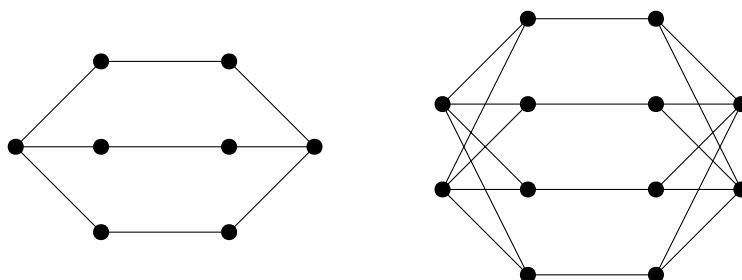


1. Za katere $n > 0$ so hiperkocke Q_n eulerjevi grafi. Za katere n, m so $K_{n,m}$ eulerjevi?
2. Dokaži, da je kartezični produkt dveh eulerjevih grafov tudi eulerjev graf.
3. Kateri od grafov na spodnji sliki imajo hamiltonov cikel?



4. Dokaži, da Petersenov graf ni hamiltonov.
5. Naj bo G dvodelen graf in V_1, V_2 biparticija množice vozlišč grafa G . Pokažite, da če velja $|V_1| \neq |V_2|$, graf G nima hamiltonovega cikla.
6. Ali se lahko šahovski konjiček sprehodi po šahovnici velikosti 3×4 tako, da vsako polje obiše natanko enkrat in konča tam, kjer je začel? Zapišite kot problem iz teorije grafov in rešite.
7. Pokažite, da ima vsak 3-regularen graf na šestih vozliščih hamiltonov cikel. Poišči vse neizomorfne 3-regularne grafe na 6 vozliščih.
8. Dokaži, da če je vsaj eden izmed $n_1, n_2 > 1$ sod, potem je $P_{n_1} \square P_{n_2}$ hamiltonov, in da, če sta n_1, n_2 liha potem $P_{n_1} \square P_{n_2}$ ni hamiltonov.
9. Pokaži, da je kartezični produkt hamiltonovih grafov tudi hamiltonov.
10. Naj bo G_n , za $n \geq 3$ graf, ki ga dobimo iz dveh kopij $K_{n,n-2}$, tako da vozlišča iz prvega $K_{n,n-2}$ v biparticiji velikosti n povežemo z njihovimi kopijami v drugem. Za katere n je graf G_n hamiltonov.

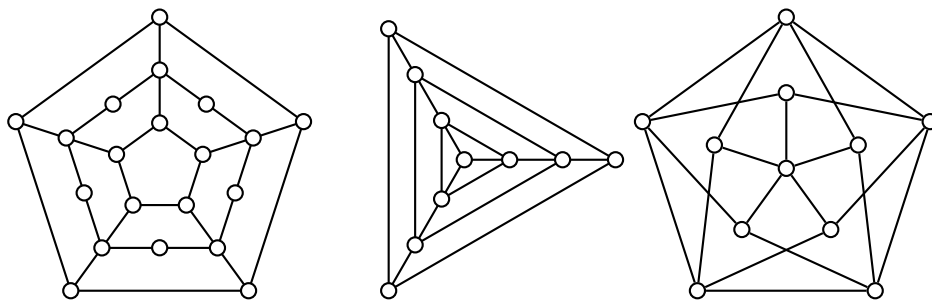


Dodatne naloge

11. Ali obstaja tako drevo T , da je $T \square C_3$ eulerjev? Ali obstajajo poljubno velika drevesa T' , da je $T' \square T'$ eulerjev?

12. Imamo 8 domin s pikami $(1 : 6)$, $(2 : 3)$, $(2 : 4)$, $(2 : 5)$, $(2 : 6)$, $(3 : 5)$, $(4 : 5)$ in $(4 : 6)$. Zlagamo eno poleg druge tako, da imata sosednji domini isto število pik na polovici, kjer se dotikata (na primer $(6 : 2)(2 : 3)(3 : 5) \dots$). Ali lahko vseh 8 domin razporedimo v ravno vrsto? Ali jih lahko razporedimo v pravokotnik? Predstavite vprašnji kot problema teorije grafov in ju rešite.

13. Ali je kateri od grafov na spodnji sliki hamiltonov?



14. Polni tridelni graf $K_{m,n,p}$, $m, n, p \geq 1$, vsebuje m rdečih, n črnih in p modrih vozlišč. Dve vozlišči grafa $K_{m,n,p}$ sta sosednji natanko tedaj, ko sta različne barve.

- Izračunajte število povezav grafa $K_{m,n,p}$.
- Za katere trojice (m, n, p) , $1 \leq m \leq n \leq p$, je graf $K_{m,n,p}$ eulerjev?
- Za katere n, p , $1 \leq n \leq p$, je graf $K_{1,n,p}$ hamiltonov?