

1. Na množici $\{a, b, c, d, e\}$ in $\{a, b, c\}$ sta definirani operaciji $*_1$ in $*_2$, ki sta podani s Cayleyevo tabelo.

$*_1$	a	b	c	d	e		$*_2$	a	b	c
a	a	b	c	d	e		a	a	b	c
b	a	b	c	d	e		b	b	c	a
c	a	b	c	d	e		c	c	a	b
d	a	b	c	d	e					
e	a	b	c	d	e					

Katere lastnosti imata operaciji: komutativnost, asociativnost, obstoj (leve ali desne) enote? V primeru, da enota obstaja, kateri elementi so obrnljivi?

2. Na množici $\mathbb{R}$ je definirana operacija $*$ s predpisom

$$a * b = 1 - (a + b) + 2ab.$$

Ali je operacija komutativna? Ali je operacija asociativna? Ali obstaja enota? Ali so elementi obrnljivi?

3. Imejmo množico $\{a, b, c\}$ in operacijo $*$. Na koliko načinov lahko dopolniš spodnjo Cayleyevo tabelo, da bo $(A, *)$ monoid.

$*$	a	b	c
a	c	b	a
b	$?$	$?$	b
c	a	$?$	$?$

4. Analiziraj naslednje strukture:

- $(\mathbb{N}, *)$, kjer je $a * b = a^b$.
- $(\mathbb{N}, *)$, kjer je $a * b = \gcd\{a, b\}$.
- $(\mathbb{N}_0, *)$, kjer je $a * b = \max\{a, b\}$.
- $(\mathbb{N}_0, *)$, kjer je $a * b = \min\{a, b\}$.
- $(\mathbb{R}_0, *)$, kjer je $a * b = \sqrt{a^2 + b^2}$.

5. Naj bosta G_1, G_2 grafa in naj bo $G_1 \circ G_2$ graf, ki ga dobimo tako, da povežemo vsa vozlišča G_1 z vsemi vozlišči grafa G_2 . Naj bo A množica vseh končnih grafov. Ali je $(A, \circ)$ polgrupa?

6. Naj bo A množica vseh mogočih grafov na množici vozlišč $V = \{0, 1, 2, n-1\}$. Definiramo množenje grafov $G_1 * G_2$ kot graf z vozlišči V , v katerem sta poljubni vozlišči u in v sosedni, če sta sosedni v natanko enem izmed G_1 in G_2 . Kakšna algebrska struktura je $(A, *)$? Naj bo $B \subset A$ množica vseh grafov s sodimi stopnjami. Ali je B zaprta za operacijo $*$?

7. Na množici $F = \{f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}\}$ je definirana operacija komponiranja funkcij. Kakšna struktura je $(F, \circ)$? Na F definirajmo funkcijo f

$$f : n \mapsto 2n$$

Poišči leve in desne inverze f .

8. Ali je množica matrik

$$M = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} ; a, b, d \in \mathbb{R}, ad \neq 0 \right\}$$

z operacijo množenja matrik grupa?

9. Naj bo $A = \mathbb{Z}_n - \{0\}$. Za katere n je operacija modulskega množenja notranja?

Dodatne naloge

10. Sestavi Caylejevo tabelo poljubne operacije $*$, ki je komutativna, ni pa asociativna.

11. Na množici $\mathbb{R}$ je definirana operacija $*$ s predpisom

$$a * b = 3(a + 1)(b + 1) - ab.$$

Ali je operacija komutativna? Ali je operacija asociativna? Ali obstaja enota? Ali ima vsak element inverz? Kakšna struktura je $(\mathbb{R}, *)$?