

3. kolovij iz Matematike 2 (MAT-FMT)

7. maj 2021

Čas pisanja je 110 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = (x+1)e^{-x}$.

a) Dokaži, da je f skrčitev na intervalu $[0, 1]$ in da ima enačba $f(x) = x$ natanko eno pozitivno rešitev.

b) Pozitivno rešitev enačbe $f(x) = x$ določi na tri decimalke natančno kot limito zaporedja z rekurzivno formulo $x_{n+1} = f(x_n)$ in ustreznim začetnim členom.

2. naloga (25 točk)

$$f(x) = \begin{cases} -x; & -\pi \leq x < 0 \\ 3x; & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

a) Funkcijo f razvij v Fourierovo vrsto na intervalu $[-\pi, \pi]$.

b) Nariši graf Fourierove vrste kot funkcije na $\mathbb{R}$.

3. naloga (20 točk)

Ploskev P je dana z enačbo $z = 1 - \frac{x^2}{4} - y^2$. V točki $(2, 0, 0)$ poišči glavni ukrivljenosti in glavni smeri ter Gaussovo in povprečno ukrivljenost ploskve P .

4. naloga (30 točk)

Z enačbama $x^2 + y^2 + z = 5$ in $x^2 + y^2 - z = 3$ je podana krivulja K .

a) Pokaži, da je z $\vec{r}(\varphi) = (2 \cos \varphi, 2 \sin \varphi, 1)$, $\varphi \in [0, 2\pi)$ podana parametrizacija krivulje K .

b) Določi spremljajoči trieder krivulje K v točki $(2, 0, 1)$.

c) S pomočjo Stokesovega izreka izračunaj krivuljni integral vektorskega polja $\vec{F}(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2, xz, z)$ po krivulji K , orientirani v pozitivni smeri.