

$$X' = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad w = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

$x_1' \quad x_2'$

$$\Rightarrow X'w = \begin{bmatrix} a\alpha + b\beta \\ c\alpha + d\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a\alpha \\ c\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b\beta \\ d\beta \end{bmatrix}$$

$$= \alpha \begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix} = \alpha x_1' + \beta x_2'$$

= linear combination of columns of X'

$$Y_k = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad W_k = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

$y_1 \quad y_2 \quad w_1 \quad w_2$

$$Y_k W_k^T = \begin{bmatrix} a & b & | & e & g \\ c & d & | & f & h \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ae + bf & ag + bh \\ ce + df & cg + dh \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ae & ag \\ ce & cg \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} bf & bh \\ df & dh \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e & g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & h \end{bmatrix}$$

$$= y_1 w_1^T + y_2 w_2^T$$