

Množice

1. Naslednje množice zapiši eksplícitno, t.j. naštej njihove elemente.

- (a) $\{2n - 3 : n \in \mathbb{Z}\}$
- (b) $\{x \in \mathbb{N} : x^2 - 10x + 16 < 0\}$
- (c) $\{n \in \mathbb{N} : n > 4 \Rightarrow 3n + 1 \leq 20\}$

Rešitev:

- (a) $\{1, -1, 3, -3, \dots\}$
- (b) $\{3, 4, 5, 6, 7\}$
- (c) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

2. Z matematičnimi in logičnimi simboli zapiši naslednje množice.

- (a) Vsa pozitivna realna števila, ki so koreni naravnega števila.
- (b) Naravna števila, ki so ali deljiva s 4 ali pa so njihovi kubi manjši od 30.
- (c) Vsa naravna števila, ki niso deljiva s 4 ali pa so popolni kvadrati.

Rešitev:

- (a) $\{\sqrt{n} : n \in \mathbb{N}\}$
- (b) $\{n \in \mathbb{N} : (4 \mid n) \vee (n^3 < 30)\}$
- (c) $\{n \in \mathbb{N} : 4 \nmid n\} \cup \{n^2 : n \in \mathbb{N}\}$

3. Ali je katera izmed danih množic podmnožica druge? Svoj odgovor natančno utemelji.

- (a) $A = \{2n - 1 : n \in \mathbb{Z}\}, \quad B = \{n \in \mathbb{Z} : \exists m \in \mathbb{Z} \ni n = (2m + 1)^3\}.$
- (b) $A = \{(2n)^2 - 1 : n \in \mathbb{N}\}, \quad B = \{4n + 3 : n \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}.$
- (c) $A = \{n \in \mathbb{N} : \text{ostanek števila } n \text{ pri deljenju s } 3 \text{ je } 1\},$
 $B = \{n^2 \in \mathbb{N} : \text{ostanek števila } n \text{ pri deljenju s } 3 \text{ je } 2\}$

Rešitev:

- (a) A je množica lihih števil, B pa množica kubov vseh lihih števil. Zato $B \subset A$.
- (b) Zaradi $(2n)^2 - 1 = 4n^2 - 1 = 4(n^2 - 1) + 3$ velja $A \subset B$.
- (c) Zaradi $(3k + 2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$ velja $B \subset A$.

4. Poišči množice $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, A^c , če je $A = [0, 2]$, $B = (-1, 1)$.

Rešitev:

$$A \cup B = (-1, 2], A \cap B = [0, 1), A \setminus B = [1, 2], A^c = \mathbb{R} \setminus [0, 2] = (-\infty, 0) \cup (2, \infty).$$

5. Naj bo $\mathcal{U} = \{1, 2, \dots, 12\}$ univerzalna množica. Podani sta množici $A = \{1, 2, 4, 7, 9, 11\}$ in $B = \{2, 4, 5, 8, 9, 12\}$. Določi naslednje množice.

- (a) $A \cup B$,
- (b) $A \cap B$,
- (c) $A \setminus B$,
- (d) A^c .

Naj bo podana še množica $C = \{3, 7, 9, 10\}$. Določi množico $(A \cap B^c) \cup C^c$.

Rešitev:

- (a) $A \cup B = \{1, 2, 4, 7, 9, 11, 5, 8, 12\}$
- (b) $A \cap B = \{2, 4, 9\}$
- (c) $A \setminus B = \{1, 7, 11\}$
- (d) $A^c = \mathcal{U} \setminus A = \{3, 5, 6, 8, 10, 12\}$
- (e) $(A \cap B^c) \cup C^c = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12\}$

6. Univerzalna množica naj bo množica naravnih števil. Podane so množice

$$\begin{aligned} A &= \{n \in \mathbb{N} : n \text{ je deljivo s } 3\}, \\ B &= \{n \in \mathbb{N} : n \text{ je deljivo z } 2\}, \\ C &= \{n \in \mathbb{N} : n \text{ je deljivo s } 5\}. \end{aligned}$$

Določi $A \cap B$, $A \cup B$, C^c , $(A \cap B) \cup C$ in $A \setminus C$.

Rešitev:

- (a) $A \cap B = \{n \in \mathbb{N} : 6 \mid n\} = \{6, 12, 18, \dots\}$

- (b) $A \cup B = \{n \in \mathbb{N} : 2 \mid n \text{ ali } 3 \mid n\} = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, \dots\}$
- (c) $C^c = \{n \in \mathbb{N} : 5 \nmid n\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, \dots\}$
- (d) $(A \cap B) \cup C = \{n \in \mathbb{N} : 6 \mid n \text{ ali } 5 \mid n\} = \{5, 6, 10, 12, 15, 18, \dots\}$
- (e) $A \setminus C = \{n \in \mathbb{N} : 3 \mid n \text{ in } 5 \nmid n\} = \{3, 6, 9, 12, 18, \dots\}$

7. Naj bo $\mathcal{U} = \{1, 2, \dots, 12\}$ univerzalna množica. Zapiši $(A \setminus C) \times D$ in $(A \cup C) \times (B \setminus D)$, kjer je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, $C = \{2, 4\}$, $D = \{6, 8, 12\}$.

Rešitev:

- (a) $(A \setminus C) \times D = \{(1, 6), (1, 8), (1, 12), (3, 6), (3, 8), (3, 12), (5, 6), (5, 8), (5, 12)\}$
- (b) $(A \cup C) \times (B \setminus D) = \{(1, 2), (2, 2), \dots, (5, 2), (1, 4), \dots, (5, 4), (1, 10), \dots, (5, 10)\}$

8. Dokaži naslednje trditve in skiciraj Vennove diagrame danih množic.

- (a) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$
- (b) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
- (c) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$